Соприкосновение линейчатых развертывающихся поверхностей

А.С. Нитейский, К.Л. Панчук
ОмГТУ, каф. ИГ и САПР, г.Омск

В работах [1,2] были представлены результаты исследования соприкосновения косых (неразвертывающихся) линейчатых поверхностей по их общей образующей прямой.

Рассмотрим применение этих результатов для соприкасающихся линейчатых развертывающихся поверхностей (ПЛР).

Уравнение линейчатой поверхности может быть выражено в дуальной векторной форме [3]:

$\overline{A}_1(t)=\bar{a}_{01}(t)+\omega\bar{a}_{11}(t)$, $\omega^2=0$, где $\bar{a}_{01}(t)$ - единичный вектор образующей прямой; $\bar{a}_{11}(t)$ - момент вектора $\bar{a}_{01}$ относительно начала координат системы отнесения; $\overline{A}_1(t)$ - дуальный единичный вектор с координатным представлением $\overline{A}_1=\bar{i}x+\bar{j}y+\bar{k}z$, при этом $x^2+y^2+z^2=1$; t – вещественный параметр $T_0 \le t \le T_1$. Полагаем, что дуальная векторная функция $\overline{A}_1(t)$ обладает на отрезке изменения параметра т непрерывными производными любого порядка. В центральной точке A образующей линии линейчатой поверхности существует ортонормированный триэдр с дуальными ортами [3]:

$$\overline{A}_1;\ \overline{A}_2=\bar{a}_{02}+\omega\bar{a}_{12}=\frac{\overline{A}_1'}{H};\ \overline{A}_3=\bar{a}_{03}+\omega\bar{a}_{13}=\overline{A}_1\times\overline{A}_2.$$

Деривационные уравнения триэдра имеют известный вид [3]:

$$\overline{A}_1'=H\cdot\overline{A}_2;\ \overline{A}_2'=\mathrm{H}\cdot\overline{A}_1+\mathrm{Q}\cdot\overline{A}_3;\ \overline{A}_3'=Q\cdot\overline{A}_2, \qquad (1)$$

Дуальная дуга образующей ЛП зависит от вещественного параметра $s(t)=s_0(t)+\omega s_1(t)=\int\limits_{t_0}^{t}H\cdot dt=\int\limits_{t_0}^{t}(h_0+\omega h_1)\cdot dt$.

Пусть для другой ПЛР с уравнением $\overline{\tilde{A}}_1(\tilde{t})=\bar{\tilde{a}}_{01}(\tilde{t})+\omega\bar{\tilde{a}}_{11}(\tilde{t})$, $\omega^2=0$ имеют место геометрические предпосылки, аналогичные указанным для первой $\overline{A}_1=\overline{A}_1(t)$. Если разложить дуальные векторные функции $\overline{A}_1(t)$ и $\overline{\tilde{A}}_1(\tilde{t}(t))$ в ряд Тейлора по степеням приращения Δt их образующих t_0 и $\tilde{t}_0(t_0)$ то, учитывая существование функции $\tilde{t}=f(t)$, можно получить дуальный вектор расхождения соприкасающихся ПЛР в их общей образующей: $\overline{G}(t)=\overline{A}_1(t)-\overline{\tilde{A}}_1(\tilde{t}(t))$, представимый также в виде разложения в ряд Тейлора. Вектор $\overline{G}(t)$, характеризующий близость обеих ЛП в окрестности их общей образующей, определяется двумя образующими $\overline{a}_{01}'$ и $\overline{\tilde{a}}_{01}'$, каждая из которых смещена по своей ЛП на одну и ту же дуальную дугу $ds=d\tilde{s}$ от общей образующей.

Если $\overline{A}_1(t)$ и $\overline{\tilde{A}}_1(\tilde{t})$ - поверхности ПЛР, но не цилиндрические и не конические, то параметры P и $\tilde{P}$ их образующих равны нулю и поэтому элементы их дуальных дуг Δs и $\Delta\tilde{s}$ - вещественные числа Δs_0 и $\Delta\tilde{s}_0$. Стрикционные линии рассматриваемых поверхностей будут их ребрами возврата. В этом случае, например для ПЛР $\overline{A}_1(t)$, ее образующая $\bar{a}_{01}(t)$ будет касательной в точке A ребра возврата, $\bar{a}_{02}(t)$ - главной нормалью и $\bar{a}_{03}(t)$ - бинормалью, поскольку по определению $\bar{a}_{03}(t)$ определяет ось вещественного угла $ds_0 = k \cdot d\sigma$, принадлежащего соприкасающейся плоскости ребра возврата *(A)*, где k и $d\sigma$ - соответственно кривизна и элемент дуги линии *(A)*.

Для соприкосновения порядка n=1 из условий обеспечения данного порядка:

$$\overline{A}_1(t_0) = \overline{\overline{A}}_1(\tilde{t}(t_0));\ \overline{A}_1'(t_0) = \overline{\overline{A}}_1'(\tilde{t}(t_0));\ \overline{A}_1''(t_0) \neq \overline{\overline{A}}_1''(\tilde{t}(t_0)), \qquad (1)$$

с учетом $\overline{\overline{A}}_1'(\tilde{t}(t_0)) = (\overline{\overline{A}}_1)'_{\tilde{t}} \cdot \tilde{t}' = \tilde{H} \cdot \tilde{t}' \cdot \overline{\overline{A}}_2; \overline{A}_1' = H \cdot \overline{A}_2,$ следует [1]:

$$\overline{A}_1 = \overline{\overline{A}}_1;\ \overline{A}_2 = \overline{\overline{A}}_2;\ \overline{A}_3 = \overline{\overline{A}}_3;\ H = \tilde{H} \cdot \tilde{t}'.$$

В итоге получаем $ds = H \cdot dt = \tilde{H} \cdot \tilde{t}' \cdot dt = \tilde{H} \cdot d\tilde{t} = d\tilde{s}$. Поскольку $ds_0 = k \cdot d\sigma$, то получаем

$$k \cdot d\sigma = \tilde{k} \cdot d\tilde{\sigma}. \qquad (2)$$

Таким образом, соприкосновение n = 1 для двух ПЛР приводит к совпадению их триэдров $(\bar{a}_{01}, \bar{a}_{02}, \bar{a}_{03}) \equiv (\bar{\bar{a}}_{01}, \bar{\bar{a}}_{02}, \bar{\bar{a}}_{03})$ и к выполнению равенства (2). Если к первым двум равенствам (1) добавить $\overline{A}_1''(t_0) = \overline{\overline{A}}_1''(\tilde{t}(t_0));\ \overline{A}_1'''(t_0) \neq \overline{\overline{A}}_1'''(\tilde{t}(t_0)),$то получим условия обеспечения соприкосновения второго порядка двух линейчатых поверхностей. Поскольку имеют место уравнения

$$\overline{A}_1'' = -H^2\overline{A}_1 + H'\overline{A}_2 + HQ\overline{A}_3;\ \overline{\overline{A}}_1'' = -\tilde{H}^2(\tilde{t}')^2\overline{\overline{A}}_1 + \left(\tilde{H}'_{\tilde{t}}(\tilde{t}')^2 + \tilde{H}\tilde{t}''\right)\overline{\overline{A}}_2 + \left(\tilde{H}\tilde{Q}(\tilde{t}')^2\right)\overline{\overline{A}}_3, \qquad (3)$$

то в общей образующей соприкасающихся ПЛР выполняются условия:

$$H = \tilde{H} \cdot \tilde{t}';\ H' = (\tilde{H} \cdot \tilde{t}')'_t;\ Q = \tilde{Q} \cdot \tilde{t}', \qquad (4)$$

из которых следуют равенства: $ds = d\tilde{s}$; $\dfrac{d^2 s}{dt^2} = (\tilde{s}'_{\tilde{t}} \cdot \tilde{t}')'_t$; $ds_{(1)} = d\tilde{s}_{(1)}$, в которых $ds_{(1)} = ds_{01} + \omega ds_{11}$ и $d\tilde{s}_{(1)} = d\tilde{s}_{01} + \omega d\tilde{s}_{11}$ - элементы дуальных дуг ЛП, образованных бинормалями $\bar{a}_{03}$ и $\bar{\bar{a}}_{03}$ соответственно стрикций (ребер возврата) соприкасающихся ПЛР, при этом $ds_{(1)} = Q \cdot dt = \tilde{Q} \cdot \tilde{t}' \cdot dt = \tilde{Q} \cdot d\tilde{t} = d\tilde{s}_{(1)}$.

Из дифференциального уравнения стрикции линейчатой поверхности [3]

$$\bar{x}'(t) = q_1\bar{a}_{01} + h_1\bar{a}_{03},$$

с учетом условий для ПЛР: $h_1=0,\ q_1\neq 0,$ следует уравнение ее стрикции $\bar{x}' = q_1\bar{a}_{01}$. Из него следует $(d\bar{x})^2 = d\sigma^2 = (q_1 dt)^2$. Таким образом, с произвольным знаком получаем:

$$d\sigma = q_1 dt. \qquad (5)$$

Из $ds_0 = h_0 \cdot dt = k \cdot d\sigma$ с учетом (5) можно получить:

$$k = h_0 / \sigma'_t = h_0 / q_1. \qquad (6)$$

Из третьего дуального равенства (4) следуют вещественные равенства $q_0 = \tilde{q}_0\tilde{t}', q_1 = \tilde{q}_1\tilde{t}',$ что позволяет записать

$$d\tilde{\sigma} = \tilde{q}_1 d\tilde{t} = q_1 / \tilde{t}' = q_1 dt = d\sigma. \qquad (7)$$

Учитывая (2), получаем итоговый результат

$$k = \tilde{k}, \qquad (8)$$

Для элемента $ds_{(1)}$ дуальной дуги, образованной перемещением бинормали $\bar{a}_{03}$, можно записать [3] дуальные равенства: $ds_{(1)} = ds_{01} + \omega ds_{11} = Q \cdot dt = (q_0 + \omega q_1)dt$, из которых, по разделению главных и моментных компонент, на основании (7) следует:

$$ds_{01} = q_0 dt = \tilde{q}_0\tilde{t}' dt = \tilde{q}_0 d\tilde{t} = d\tilde{s}_{01};\ ds_{11} = q_1 dt = d\sigma = d\tilde{\sigma} = \tilde{q}_1 d\tilde{t} = d\tilde{s}_{11}.$$

Таким образом, имеет место следующий результат:

$$ds_{(1)} = d\widetilde{s}_{(1)}. \tag{9}$$

Элемент дуальной дуги $ds_{(1)}$ бинормали ребра возврата ПЛР может быть выражен известным образом [4]:

$$ds_{(1)} = \chi \cdot d\sigma \cdot e^{\omega/\chi}, \tag{10}$$

где $\omega^2 = 0$; χ – кручение линии *(A)* в точке *A*. Поскольку имеет место результат (9), то следует

$$\chi = \widetilde{\chi}, \tag{11}$$

т.е. кручения ребер возврата *(A)* и $(\widetilde{A})$ соприкасающихся ПЛР в центральных точках $A \equiv \widetilde{A}$ их совмещенных образующих $\bar{a}_{01} \equiv \widetilde{\bar{a}}_{01}$ также равны. Из (10) и предыдущих результатов, следует: $ds_{(1)} = ds_{01} + \omega ds_{11} = (q_0 + \omega q_1)dt = \chi \cdot d\sigma + \omega \cdot d\sigma$, что позволяет получить следующие результаты: $q_0 = \chi \cdot \sigma'_t, q_1 = \sigma'_t, \chi = q_0 / q_1$. Для параметра элемента дульной дуги $ds_{(1)}$ имеют место соотношения

$$P_{(1)} = q_1 / q_0 = 1/\chi, \tag{12}$$

что приводит с учетом (11) к равенству

$$P_{(1)} = \widetilde{P}_{(1)}. \tag{13}$$

Определим теперь элемент ds' дуальной дуги, описываемой главной нормалью $\bar{a}_{02}$ линии *(A)* на основании дуального уравнения [4]

$$ds^2 + ds^2_{(1)} = (ds')^2. \tag{14}$$

Разделяя в нем главную и моментную компоненты и учитывая вышеприведенные результаты, получим:

$$ds' = ds'_0 + \omega ds'_1 = \sqrt{h_0^2 + q_0^2} \cdot dt + \omega q_0 \cdot \sigma'_t \cdot dt / \sqrt{h_0^2 + q_0^2}.$$

После подстановки в это уравнение ранее полученных результатов, а именно $h_0 = k \cdot \sigma'_t, q_0 = \chi \cdot \sigma'_t$, приходим к следующей формуле: $\sqrt{k^2 + \chi^2} \cdot d\sigma \cdot e^{\omega\chi/(k^2+\chi^2)}$.

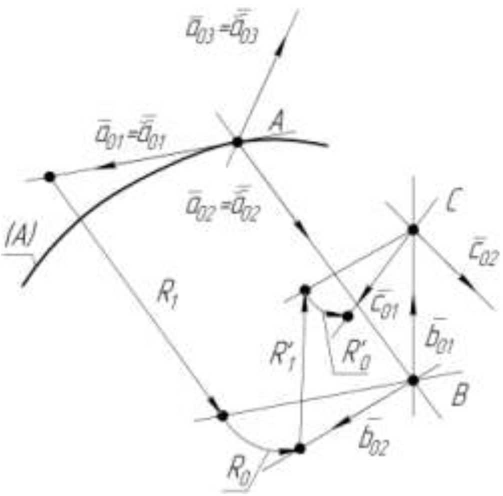

Рис.1 К соприкосновению двух ПЛР

Из формулы (14), с учетом ранее доказанных равенств $ds = ds_0 = d\widetilde{s}_0 = d\widetilde{s}$ и $ds_{(1)} = d\widetilde{s}_{(1)}$, следует

$$ds' = d\widetilde{s}'. \tag{15}$$

Для параметра дуального элемента ds' на основании (8) и (11) можно записать:

$$P' = \frac{ds'_1}{ds'_0} = \chi/(k^2 + \chi^2) = \widetilde{P}'. \tag{16}$$

Для дуальной кривизны линейчатой поверхности в ее образующей известна дуальная формула [4]

$$\varepsilon = \frac{ds'}{ds} = \frac{1}{\sin R}, \tag{17}$$

в которой $R = R_0 + \omega R_1$ – дульный угол между образующей $\bar{a}_{01}$ поверхности ПЛР и соответствующей ей прямой, определяемой единичным винтом $\bar{b}_{02}$, представляющем собой главную часть единичного дуального вектора $\bar{B}_2 = \bar{b}_{02} + \omega\bar{b}_{12}$ (Рис. 1).

Если подставить в формулу (17) выражение элементов ds' и ds, то получим уравнение

$$\varepsilon = \frac{1}{k}\sqrt{k^2 + \chi^2} \cdot e^{\omega\chi/(k^2+\chi^2)}, \quad (18)$$

из которого, с учетом (8) и (11), следует

$$\varepsilon = \tilde{\varepsilon}, R = \tilde{R}. \quad (19)$$

Если же деривационные уравнения триэдров линейчатой поверхности представить в дуальной координатной форме, то для случая ПЛР получим уравнения

$$\frac{d\alpha}{d\sigma} = -xk + x_1\chi \cdot e^{\omega/\chi}; \; \frac{d\beta}{d\sigma} = -yk + y_1\chi \cdot e^{\omega/\chi}; \; \frac{d\gamma}{d\sigma} = -zk + z_1\chi \cdot e^{\omega/\chi}, \quad (20)$$

где тройки $\{x,y,z\}$, $\{x_1,y_1,z_1\}$ и $\{\alpha,\beta,\gamma\}$ суть координаты единичных дуальных векторов $\bar{A}_1$, $\bar{A}_2$ и $\bar{A}_3$ соответственно.

Из $\bar{A}_2 = \bar{A}_1'/H = \bar{A}_1'/(h_0 + \omega h_1) = \bar{A}_1'/h_0 = \dfrac{d\bar{A}_1}{ds_0}$ следует $A_2 = \{\alpha = \dfrac{dx}{ds_0}, \beta = \dfrac{dy}{ds_0}, \gamma = \dfrac{dz}{ds_0}\}$.

Из равенства $\dfrac{d\bar{A}_2}{ds'} = \bar{B}_1 = \{\xi = \dfrac{d\alpha}{ds'}, \eta = \dfrac{d\beta}{ds'}, \zeta = \dfrac{d\gamma}{ds'}\}$ с учетом $\dfrac{ds'}{ds_0} = \varepsilon$ следует

$$\{\xi = \frac{1}{\varepsilon}\cdot\frac{d\alpha}{ds_0}, \eta = \frac{1}{\varepsilon}\cdot\frac{d\beta}{ds_0}, \zeta = \frac{1}{\varepsilon}\cdot\frac{d\gamma}{ds_0}\} = \{\xi = \frac{1}{k\cdot\varepsilon}\cdot\frac{d\alpha}{d\sigma}, \eta = \frac{1}{k\cdot\varepsilon}\cdot\frac{d\beta}{d\sigma}, \zeta = \frac{1}{k\cdot\varepsilon}\cdot\frac{d\gamma}{d\sigma}\},$$

где $\bar{B}_1$ - единичный дуальный вектор главной нормали поверхности ПЛР для ее образующей прямой $\bar{a}_{01}$. С учетом изложенного и уравнений (20) получаем: $\bar{B}_1 \equiv \bar{\tilde{B}}_1; \bar{B}_2 \equiv \bar{\tilde{B}}_2$, где $\bar{B}_2 = \bar{A}_2 \times \bar{B}_1 = \bar{\tilde{A}}_2 \times \bar{\tilde{B}}_1$. Таким образом, у соприкасающихся ПЛР вдоль их общей образующей совмещены триэдры эволют первого порядка: $\bar{B}_1 \equiv \bar{\tilde{B}}_1, \bar{B}_2 \equiv \bar{\tilde{B}}_2, \bar{A}_2 \equiv \bar{\tilde{A}}_2$.

Из равенства $ds = d\tilde{s}$ следует $s_t' = \tilde{s}_{\tilde{t}}' \cdot \tilde{t}'$. По этому уравнению можно определить вторую производную

$$s_t'' = (\tilde{s}_{\tilde{t}}' \cdot \tilde{t}')_t' = \tilde{s}_{\tilde{t}}'' \cdot (\tilde{t}')^2 + \tilde{s}_{\tilde{t}}' \cdot \tilde{t}''. \quad (21)$$

(21) по существу представляет собой преобразованное выражение среднего условия (4). Определим производную дуальной кривизны линейчатой поверхности со стрикционной линией ($\tilde{A}$) исходя из (17) и (21):

$$\tilde{\varepsilon}_{\tilde{t}}' = \frac{d\tilde{\varepsilon}}{d\tilde{t}} = (\frac{d\tilde{s}'}{d\tilde{s}})_{\tilde{t}}' = (\frac{(\tilde{s}')_{\tilde{t}}' \cdot d\tilde{t}}{\tilde{s}_{\tilde{t}}' \cdot d\tilde{t}})_{\tilde{t}}' = (\frac{(\tilde{s}')_{\tilde{t}}'}{\tilde{s}_{\tilde{t}}'})_{\tilde{t}}' = \frac{(\tilde{s}')_{\tilde{t}}'' \cdot \tilde{s}_{\tilde{t}}' - (\tilde{s}')_{\tilde{t}}' \cdot \tilde{s}_{\tilde{t}}''}{(\tilde{s}_{\tilde{t}}')^2}.$$

На основании (21) следует:

$$(\tilde{s}')_{\tilde{t}}'' = \frac{(s')_t'' - (\tilde{s}')_{\tilde{t}}' \cdot \tilde{t}''}{(\tilde{t}')^2} = \frac{(s')_t'' - (\tilde{s}')_t' \cdot (\tilde{t}''/\tilde{t}')}{(\tilde{t}')^2}; \tilde{s}_{\tilde{t}}'' = \frac{s_t'' - \tilde{s}_{\tilde{t}}' \cdot \tilde{t}''}{(\tilde{t}')^2} = \frac{s_t'' - \tilde{s}_t' \cdot (\tilde{t}''/\tilde{t}')}{(\tilde{t}')^2}.$$

Предшествующее уравнение для $\tilde{\varepsilon}_{\tilde{t}}'$ с помощью подстановок выражений для $(\tilde{s}')_{\tilde{t}}''$ и $\tilde{s}_{\tilde{t}}''$ можно последовательно привести к окончательному виду:

$$\tilde{\varepsilon}_{\tilde{t}}' = \frac{1}{\tilde{t}'}\cdot(\frac{ds'}{ds})_t' = \frac{1}{\tilde{t}'}\cdot\varepsilon_t'. \quad (22)$$

Очевидно, что $\tilde{\varepsilon}'_{\tilde{t}} \neq \varepsilon'_t$, но $\tilde{\varepsilon}'_{\tilde{t}} \cdot \tilde{t}\,' = \varepsilon'_t$. Из формулы (17) и $\tilde{\varepsilon}'_{\tilde{t}} \cdot \tilde{t}\,' = \varepsilon'_t$ следует равенство

$$\tilde{\varepsilon}'_{\tilde{t}} \cdot \tilde{t}\,' = \frac{-\cos\tilde{R} \cdot \dfrac{d\tilde{R}}{d\tilde{s}} \cdot \tilde{s}'_{\tilde{t}} \cdot \tilde{t}\,'}{\sin^2 \tilde{R}} = \frac{-\cos R \cdot \dfrac{dR}{ds} \cdot s'_t}{\sin^2 R}$$

Учитывая, что выполняются условия $R = \tilde{R},\ s'_t = \tilde{s}'_{\tilde{t}} \cdot \tilde{t}\,'$, из последнего равенства получаем $\dfrac{d\tilde{R}}{d\tilde{s}} = \dfrac{dR}{ds}$. Но $\dfrac{dR}{ds} = \dfrac{dR}{ds_0} = \dfrac{1}{k} \cdot \dfrac{dR}{d\sigma} = \delta$ представляет собой дуальный изгиб δ поверхности ПЛР в ее образующей [4]. Следовательно, выполняется равенство

$$\delta = \delta', \tag{23}$$

из которого следует, что соприкасающиеся ПЛР в их общей образующей имеют равные дуальные изгибы. Поскольку для линейчатой поверхности в ее образующей линии $\bar{a}_{01} \equiv \bar{\bar{a}}_{01}$ имеет место формула [4]: $\sin R \cdot \delta = -tgR'$, где $R' = R'_0 + \omega R'_1$ - дуальный угол, соответствующий эволюте ($\bar{c}_{01}$) ПЛР (Рис.1), то из $R = \tilde{R},\ \delta = \delta'$ следует

$$R' = \tilde{R}', \tag{24}$$

что позволяет утверждать о совмещении триэдров эволют второго порядка соприкасающихся ПЛР: $\bar{B}_1 \equiv \bar{\bar{B}}_1, \bar{C}_1 \equiv \bar{\bar{C}}_1, \bar{C}_2 \equiv \bar{\bar{C}}_2$.

Предположим, что трехгранники стрикций *(A)* и ($\tilde{A}$) двух соприкасающихся ПЛР в точке $A = \tilde{A}$ совмещены, т.е. $\bar{a}_{01} \equiv \bar{\bar{a}}_{01},\ \bar{a}_{02} \equiv \bar{\bar{a}}_{02}$. Можно показать, что этих условий достаточно для получения соприкосновения *n* = 1 данных ПЛР. Имеют место равенства $\overline{A'_1} = h_0 \cdot \bar{A}_2 = \tilde{h}_0 \cdot \tilde{t}\,' \cdot (\bar{\tilde{a}}_{02} + \omega\bar{\tilde{a}}_{12}) = \tilde{H} \cdot \tilde{t}\,' \cdot \bar{\bar{A}}_2 = (\bar{\bar{A}}_1)'_{\tilde{t}} \cdot \tilde{t}$ и $k \cdot d\sigma = \tilde{k} \cdot d\tilde{\sigma}$.

Если совпадают трехгранники стрикций двух соприкасающихся ПЛР и имеет место условие $k = \tilde{k}$, то из $k \cdot d\sigma = \tilde{k} \cdot d\tilde{\sigma}$ следует $d\sigma = d\tilde{\sigma}$. Нетрудно показать, что в этом случае не нарушаются условия соприкосновения *n* = 1 и не выполняются условия соприкосновения *n* = 2.

Если выполняется условие $\chi = \tilde{\chi}$ при совпадении трехгранников стрикций соприкасающихся ПЛР, то получаем равенство $k = \tilde{k}$ и совмещены дуальные триэдры эволют первого порядка $\bar{B}_1 \equiv \bar{\bar{B}}_1; \bar{B}_2 \equiv \bar{\bar{B}}_2; \bar{A}_2 \equiv \bar{\bar{A}}_2$. Но поскольку в исходных условиях отсутствует задание непрерывного изменения $\varepsilon'_t = d\varepsilon / dt$ дуальной кривизны ε у соприкасающихся ПЛР, то их соприкосновение не является полным для *n* = 2, поскольку не выполняется одно из условий (4) этого соприкосновения. На основании (17) можно получить

$$\delta = \frac{-\varepsilon'_t \cdot \sin^2 R}{k \cdot \sigma'_t \cdot \cos R} = \frac{-\varepsilon'_\sigma \cdot \sin^2 R}{k \cdot \cos R}. \tag{25}$$

Следовательно, для полного выполнения условий соприкосновения *n* = 2 двух ПЛР в их общей образующей необходимо существование в этой образующей значения дуального изгиба $\delta = \tilde{\delta}$. Значение же последнего, как следует из (25), зависит от кривизны *k*, дуального угла *R* и от дуальной величины ε'_t, которая, согласно (18), определяется *k* и χ, их производными k'_σ и χ'_σ, и значениями этих производных в точке $A \equiv \tilde{A}$ двух стрикций *(A)* и ($\tilde{A}$) – ребер возврата соприкасающихся ПЛР.

На рисунках 3 и 4 приведены иллюстрации примеров стыковки торсовых поверхностей, образующих линейчатые развертывающиеся полосы и ребра возврата которых представляют собой сегменты пространственного кусочного сплайна. В качестве сегментов выбраны эрмитовы сплайны [5]. Расчет полос выполнен в системе компьютерной алгебры Maple.

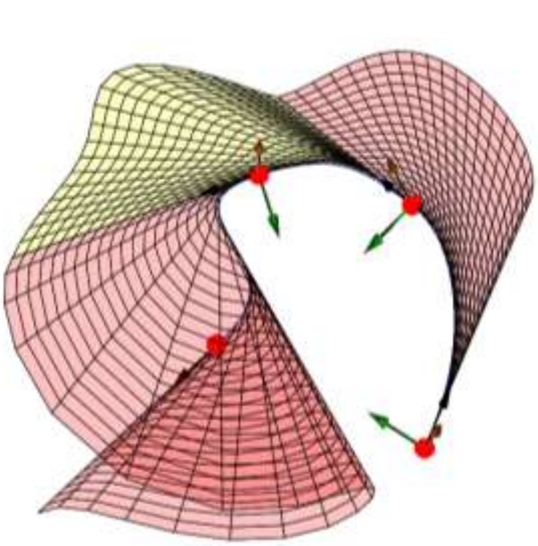

Рис. 3 Линейчатая полоса первого порядка гладкости стыковки сегментов ПЛР

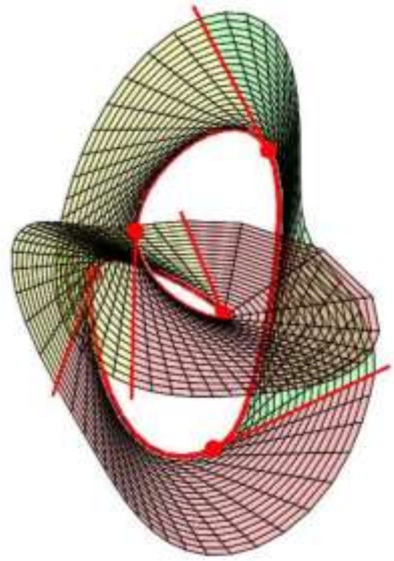

Рис. 4 Замкнутая линейчатая полоса полного второго порядка гладкости стыковки сегментов ПЛР

Литература:

1. Панчук, К.Л. Вопросы теории соприкасающихся линейчатых поверхностей / К.Л. Панчук. – Омск: ОмПИ, 1987. – 11 с. – Деп. в ВИНИТИ 22.05.87, №4496 – В87.
2. Панчук, К.Л. О соприкосновении линейчатых поверхностей / К.Л. Панчук // Начертательная геометрия и машинная графика в практике решения инженерных задач: межвуз. темат. сб. науч. тр. – Омск, 1987. – С. 62-66.
3. Бляшке, В. Дифференциальная геометрия и геометрические основы теории относительности Эйнштейна. В 2-х т. Т.1. Элементарная дифференциальная геометрия [Текст] / В. Бляшке. – М.; Л.: Объед. науч.-техн. изд-во НКТП СССР, 1935. – 330с.
4. Зейлигер, Д. Н. Комплексная линейчатая геометрия [Текст] / Д. Н. Зейлигер. – М.; Л.: Гос. техн.-теорет. изд-во, 1934. – 196с.
5. Завьялов Ю.С., Квасов Б.И., Мирошниченко В.Л. Методы сплайн-функций. М.: Наука,. 1980. 352 с.