Двухконтурные геодезические оболочки с пятигранными пирамидами

А.Я. Лахов

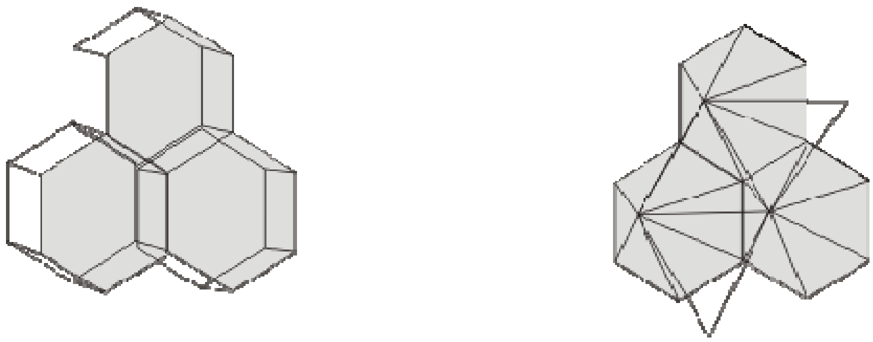
Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет

Аннотация: Геодезические купола – это самоподдерживающиеся пространственные конструкции без дополнительных опор. При их разбивке на элементы используют геодезические линии. В этой области ведутся разработки геометрических моделей двухконтурных геодезических оболочек. Особенности этих работ – использование трехгранных и шестигранных пирамидальных структур в качестве первого контура. Однако, для формообразования таких конструкций можно использовать и пятигранные пирамиды. Целью исследования является разработка метода, алгоритма и программного обеспечения для двухконтурной геодезической оболочки с пятигранными пирамидами. Для достижения этой цели применен принцип двойственности, методы аналитической геометрии в пространстве и программирование на языке GDL, встроенном в ArchiCAD. В результате разработан параметрический объект ArchiCAD двухконтурной геодезической оболочки с пятигранными пирамидами. Его можно использовать в архитектурно-строительном проектировании уникальных зданий.
Ключевые слова: геодезические купола, двухконтурные геодезические оболочки, принцип двойственности, параметрический объект ArchiCAD, язык программирования GDL.

Купола – это самоподдерживающиеся пространственные конструкции без дополнительных опор. Геодезические купола – это класс куполов, при разбивке которых используют геодезические линии. Двухконтурные геодезические купола в дополнении к основному пластинчатому контуру имеют стержневой контур, который обеспечивает большую прочность и устойчивость конструкции.

Конфигурация второго контура может повторять конфигурацию первого контура [1] или отличаться от нее. В последнем случае формообразование второго контура может быть основано на эвристических подходах или принципе двойственности многогранников/сетей [2].

Принцип двойственности нашел широкое применение в технических приложениях. Например, в работе [3] рассматривается двойственность Платоновых тел, разработан DPM механизм создания двойственного тела. В [4] разработан алгоритм построения двойственных выпуклых многогранников. В случае невыпуклого многогранника двойственный многогранник получается также невыпуклым и имеет самопересекающиеся грани. Для этого случая предлагается расширить понятие двойственности многогранника, допустив самопересечение граней.



а) б)

Рис. 1. Конфигурации второго контура: а) одинаковая, б) разная

Изучается двойственность в немногогранных телах, принцип двойственности расширен на тела из плоских граней – polyliners и связан со структурой чередующихся узлов[5]. В работе [6] рассматривается треугольная сетка для представления поверхности, строится двойственная сетка, ребра которой получаются перемещением двойников вершин вдоль градиента функции веса. Установлено, что этот подход применим к самоподдерживающимся конструкциям. В [7] исследуется применение суммы и разности Минковского для выпуклых многогранников, разработан точный и эффективный алгоритм вычисление разности Минковского для многогранников, демонстрируется его двойственность способу вершин операций Минковского. При изучении ориентированной полигональной сети устанавливается, что она гарантированно является 2-многообразием и имеет свойство первичной/двойственной эффективности. Предлагается для хранения этой сети использовать структуру данных PDER (вершин и граней, двойственных вершинам) [8].

При определении конфигурации второго контура геодезических оболочек предлагается использовать принцип двойственности сетей первого и второго контуров, принцип равнопрочности/однородности сети второго контура и принцип связности сети второго контура.

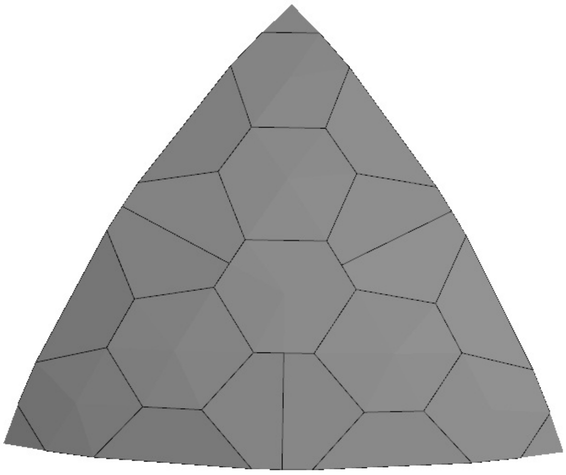
Принцип двойственности сетей предполагает соответствие между элементами двух сетей, например, грань одной сети соответствует вершине другой. В данном случае поставим в соответствие вершину пятигранной пирамиды первого контура, и узел второго контура.

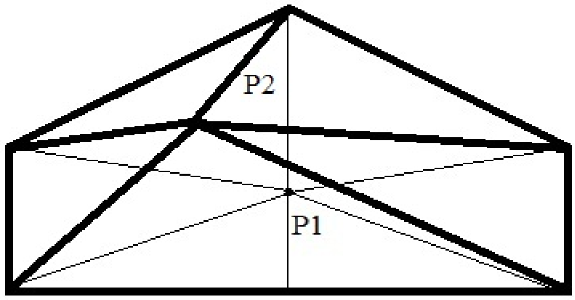
Принцип равнопрочности/однородности стержневого контура предполагает одинаковые значения степеней узлов сети, что соответствует одинаковому количеству дуг, сходящихся в этом узле. Это обеспечит однородность стержневого контура, отсутствие избыточного сгущения сети в некоторых узлах.

Принцип связности второго контура обеспечит связность сети, как следствие, равнопрочность второго контура по всей оболочке. В данном случае, для обеспечения связности расположим стержни вдоль границ треугольника Мебиуса.

В ННГАСУ разработана система автоматизированного архитектурного проектирования и прочностного расчета геодезических куполов и оболочек [9,10]. В нее входит библиотека параметрических объектов ArchiCAD геометрических моделей геодезических оболочек на языке GDL, встроенном в ArchiCAD, которая содержит объекты различных классов геодезических оболочек. В библиотеке GeoDomeLib v.1.0 были представлены параметрические объекты двухконтурных оболочек класса I2;P3 с трехгранными пирамидами и класса I2;P6 с шестигранными пирамидами. Однако, отсутствовала программная реализация библиотечного объекта класса I2;P5. Поэтому была поставлена задача, разработать параметрический объект ArchiCAD геометрических моделей геодезических двухконтурных оболочек с пятигранными пирамидами.

Исходный параметрический объект – это одноконтурная геодезическая оболочка класса I1;5 (Рис.2 а)). Задача состоит в том, чтобы не использовать исходные пластины, а вместо них сформировать пирамиды.





а) б)

Рис. 2. Схема формообразования параметрического объекта I1;P5: а) исходный объект I1;5, б) схема формирования пирамиды для объекта I1;P5

Поверхность оболочки состоит преимущественно из плоских пятиугольных пластин. Необходимо найти координаты центра пятиугольника P1, как среднее арифметическое соответствующих компонент координат всех вершин пятиугольника. Далее нужно поднять точку P1 перпендикулярно данному пятиугольнику на высоту пирамиды h. Для выполнения подъема точки P1 воспользуемся формулами перехода от сферической системы координат к декартовой, и обратно. Центр системы координат соответствует центру сферы. Выполним преобразование декартовых координат точки P1 в сферическую систему. Далее переместим точку P1 вдоль луча, соединяющего центр сферы и точку P1, на расстояние высоты пирамиды в сферической системе координат. Получим точку P2, выполним обратное преобразование в декартову систему координат. Затем, формируем грани пирамиды. Для этого используется функция slab языка программирования GDL, которой предадим три вершины формируемой грани.

Далее необходимо сформировать второй стержневой контур, соединяющий часть вершин пирамид, руководствуясь сформулированными принципами. Выполним формирование второго контура внутри треугольника Мебиуса, добавляя стержни, соединяющие вершины пятигранных пирамид. Для этого используется функция lin_ языка программирования GDL, которой передадим две вершины формируемой линии.

В результате разработан библиотечный объект одноконтурных геодезических оболочек класса I1,P5 (программа на языке GDL_Система_M1.gsm). С его помощью можно формировать геометрические модели одноконтурных геодезических оболочек с пятигранными пирамидами. Также, разработан библиотечный объект двухконтурных геодезических оболочек класса I2,P5 (программа на языке GDL_Система_M2.gsm). С его помощью можно формировать геометрические модели двухконтурных геодезических оболочек с пятигранными пирамидами в качестве первого контура и вторым стержневым контуром.

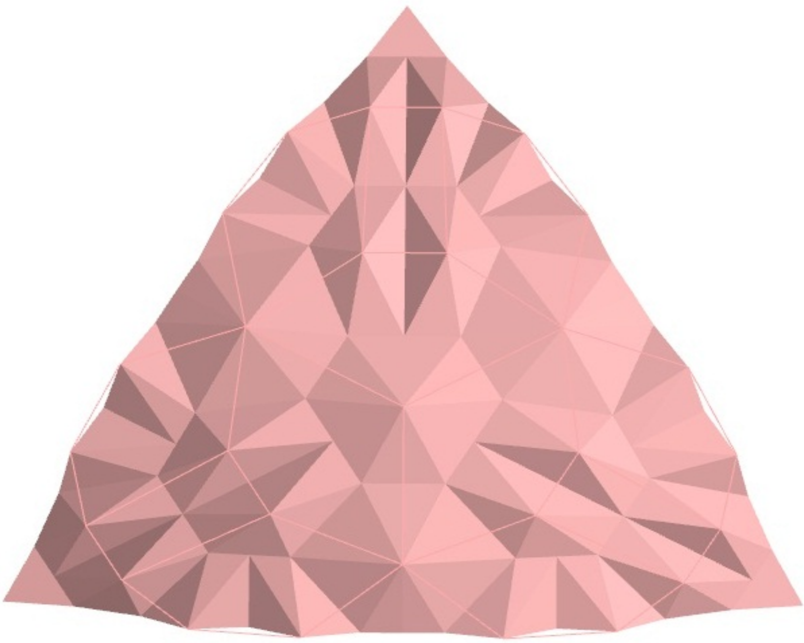


Рис. 3. Изображение одного треугольника Мебиуса геодезической оболочки класса I2;P5 вариант разбивки №3

Можно получить геометрическую модель, соответствующую одному треугольнику Мебиуса (см. Рис.3.) или оболочку в виде целой сферы (см. Рис.4.).

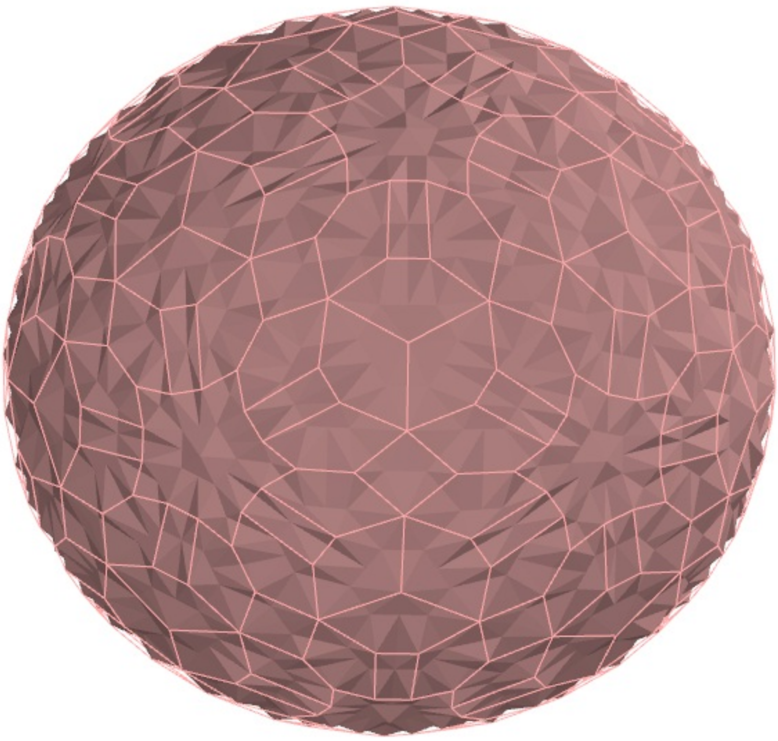


Рис. 4. Изображение геодезической оболочки класса I2;P5 в виде полной сферы вариант разбивки №3

Выводы

Рассмотрены работы по применению принципа двойственности в технических приложениях. Определено, что этот принцип можно использовать для формообразования двухконтурных оболочек. Рассмотрены программы геометрического моделирования двухконтурных геодезических оболочек. Установлено, что отсутствует программная реализация геодезических двухконтурных оболочек с пятигранными пирамидами. Разработан параметрический объект ArchiCAD двухконтурной геодезической оболочки с пятигранными пирамидами. Его можно использовать в архитектурно-строительном проектировании уникальных зданий.

Литература

1. Травуш В.И. Исследование конструктивно-технологических возможностей сборных сферических оболочек / В.И. Травуш, В.Д. Антошкин, И.В. Ерофеева, С.С. Гудожников // Региональная архитектура и строительство. - Пенза, ПГУАС, № 2, 2014. - С.89-101.

2. Павлов Г.Н. Автоматизация архитектурного проектирования геодезических куполов и оболочек: дис. ... д-ра техн. наук: 05.13.12. Н.Новгород, 2007. 245 с.

3. G. Wei, .J. S. Dai Duality of the Platonic Polyhedrons and Isomorphism of the Regular Deployable Polyhedral Mechanisms (DPMs) J. S. Dai et al. (eds.), Advances in Reconfigurable Mechanisms and Robots I, DOI: 10.1007/978-1-4471-4141-9_68, Springer-Verlag London 2012, pp. 759-771.

4. B. Grunbaum, G.C. Shephard Duality of Polyhedra. M. Senechal (ed.), Shaping Space, DOI 10.1007/978-0-387-92714-5 15, Springer 2013, pp. 211-216.

5. E. Wohlleben Duality in Non-polyhedral Bodies Part I: Polyliner. International Conference on Geometry and Graphics ICGG 2018: ICGG 2018 - Proceedings of the 18th International Conference on Geometry and Graphics pp. 484-499.

6. M. Desbrun, F. de Goes The Power of Orthogonal Duals. K. Anjyo (ed.), Mathematical Progress in Expressive Image Synthesis I, 3 Mathematics for Industry 4, DOI: 10.1007/978-4-431-55007-5_1, Springer Japan 2014, pp.3-6.

7. H. Barki, F. Dupont, F. Denis, K. Benmahammed, H. Benhabiles. Contributing Vertices-based Minkowski Difference (CVMD) of polyhedra and applications. 3D Res. 04, 04(2013)1, 3D Research Center, Kwangwoon University and Springer 2013, pp. 1-16.

8. Yong-jin Liu, Kai Tang, Ajay Joenja A new representation of orientable 2-manifold polygonal surfaces for geometric modeling. Journal of Zhejiang University SCIENCE A 2006 7(9), pp.1578-1588.

9. Лахов А.Я. Визуализация разрушений геодезических куполов при взрывном воздействии // Инженерный вестник Дона. – 2014, №2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2014/2333.

10. Лахов А.Я. Трансляция геометрических моделей геодезических оболочек в нейтральный SAT формат // Инженерный вестник Дона. – 2018, №3. URL: ivon.ru/ru/magazine/archive/n3y2018/5179

References

1. Travush V.I., Antoshkin V.D., Erofeyeva I.V., Gudozhnikov S.S. Regional’naya arkhitektura i stroitel’stvo. Penza, PGUAS, № 2, 2014. pp.89-101.

2. Pavlov G.N. Avtomatizatsiya arkhitekturnogo proyektirovaniya geodezicheskikh kupolov i obolochek [Automation of architectural design of geodesic domes and shells]. dis. ... d-ra tekhn. nauk: 05.13.12. N.Novgorod, 2007, 245 p.

3. G. Wei, .J. S. Dai Duality of the Platonic Polyhedrons and Isomorphism of the Regular Deployable Polyhedral Mechanisms (DPMs). J. S. Dai et al. (eds.) Advances in Reconfigurable Mechanisms and Robots I, DOI: 10.1007/978-1-4471-4141-9_68, Springer-Verlag London 2012, pp. 759-771.

4. B. Grunbaum, G.C. Shephard Duality of Polyhedra. M. Senechal (ed.), Shaping Space, DOI 10.1007/978-0-387-92714-5 15, Springer 2013. pp. 211-216.

5. E. Wohlleben Duality in Non-polyhedral Bodies Part I: Polyliner. International Conference on Geometry and Graphics ICGG 2018: ICGG 2018 - Proceedings of the 18th International Conference on Geometry and Graphics. pp. 484-499.

6. M. Desbrun, F. de Goes The Power of Orthogonal Duals. K. Anjyo (ed.), Mathematical Progress in Expressive Image Synthesis I, 3 Mathematics for Industry 4, DOI: 10.1007/978-4-431-55007-5_1, Springer Japan 2014, pp.3-6.

7. H. Barki, F. Dupont, F. Denis, K. Benmahammed, H. Benhabiles Contributing Vertices-based Minkowski Difference (CVMD) of polyhedra and

applications. 3D Res. 04, 04(2013)1, 3D Research Center, Kwangwoon University and Springer 2013, pp. 1-16.

8. Yong-jin Liu, Kai Tang, Ajay Joenja Journal of Zhejiang University SCIENCE A 2006 7(9), pp.1578-1588.

9. Lakhov A.Ya. Inzhenernyj vestnik Dona, 2014, №2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2014/2333.

10. Lakhov A.Ya. Inzhenernyj vestnik Dona, 2018, №3. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/ n3y2018/5179.