

Определение технического состояния строительных конструкций методом максимального правдоподобия

С.Г. Шеина¹, В.Я. Мищенко², Ю.Д. Сергеев², Р.Ю. Мясищев²,
А.Ю. Сергеева²

¹Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону

²Воронежский государственный технический университет, Воронеж

Аннотация: В данной статье проводится анализ оценки признаков, приводящих к возможному разрушению исследуемой строительной конструкции. Для определения степени влияния признаков (или их групп) на уровень неисправности конструкций при их непосредственной диагностике возможно применение математической основы, в частности, Байесовский подход. Суть внедрения состоит в сравнении вероятности разрушения по каждой исследуемой конструкции. Итогом работы является выявление и описание не только особенностей взаимосвязи каждого признака, влияющего на разрушение конструкции, и расчетной вероятности разрушений, но и их степени влияния на повышение либо понижение вероятности аварии. По оценкам математического определения признаков, влияющих на разрушение строительной конструкции, можно более предметно оценить эффективность метода, используемого для проверки состояния строительной конструкции.

Ключевые слова: строительно-техническая экспертиза, дефекты, надежность, диагностические задачи, методики диагностики, эффективность.

Пользуясь математической основой диагностики разрушения строительных конструкций, вычислим, какие дефекты или их группы, влияющие на разрушение конструкции, в большей степени оказывают действия на степень разрушения и являются причиной, приводящей к аварии строительных объектов.

В период 1912 - 1922 года английским статистиком Рональдом Фишером в работе был впервые использован такой термин, как метод максимума правдоподобия. Позже упомянутое понятие было введено в область теории вероятностей как наиболее обширный метод, основанный на максимизации правдоподобия анализируемой выборки (L) служащий для оценки тех параметров, которые в иерархии значимости принадлежат к генеральной совокупности.

Для более углубленного понимания характера применимости вышеупомянутого понятия в целях анализа технического состояния конструкций необходимо отметить взаимосвязь наиболее вероятного дефекта, являющегося своего рода определением степени аварийности, которое приводит к ее однозначному разрушению, и технического состояния, определяемого по вероятности данного разрушения [1, 2].

Известно о существовании двух групп распределения признаков, которые показаны на рис. 1.

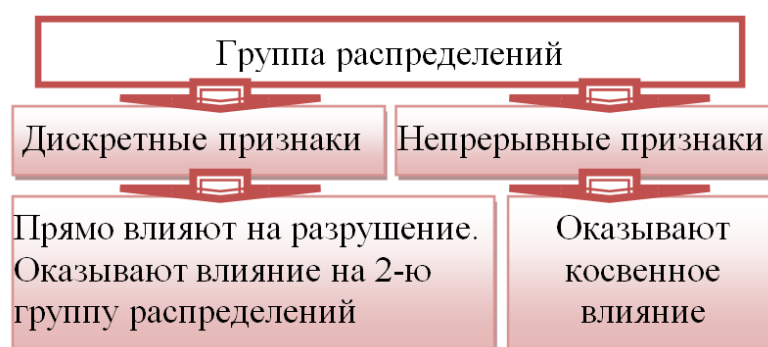


Рис.1. - Группы распределения признаков

Исходя из потребности выявления вероятностей становления конкретных величин описываемого технического состояния, соответствующего отдельно взятым дефектам [3, 4], была основана (определена опытным путем) необходимая выборка тех данных, которые позволяют на основе имеющейся информации выявлять вышеуказанные распределения.

Итак, для рассмотрения алгоритма диагностики обратимся к представлению распределения:

$$Q_{j\gamma}(a_j) = \{Q_{j\gamma}^{t1}(a_j), Q_{j\gamma}^{t2}(a_j), Q_{j\gamma}^{t3}(a_j), \dots, Q_{j\gamma}^r(a_j)\},$$

где $Q_{j\gamma}(a_j)$ - ранжирование j -го признака, влияющего на разрушение конструкции при начавшейся деструкции γ в момент (день) t ;

$j = 1, 2, 3, \dots, n$ - номер признака, влияющего на разрушение;

$\gamma = 1, 2, 3, \dots, n$ - номер дефекта;

a_j – величина j -го признака, влияющего на разрушение

a_{0j} – четко сформулированное значение j -го идентификатора, влияющего на разрушение, полученное в результате экспертизы конструкции.

Условимся, что конкретные параметры технического состояния конструкции заданы:

$$a_{0j}, j = 1, 2, 3, \dots, n$$

следовательно [5, 6], по вышеперечисленным данным возможно определение вероятности (плотности вероятности) технического состояния конструкции для абсолютно каждого признака, обуславливающего разрушение -

$$Q_{j\gamma}^t a_j^t$$

Далее, исходя из логики последовательности наших рассуждений, необходимо выявить вероятность дефекта, влияющего на разрушение и определенного 1 раз. С этой целью применим формулу Байеса, где d – ранжирование вероятностей диагностируемых дефектов у конструкций:

$$d_\gamma = \frac{d_\gamma Q_{j\gamma}^t (a_{0j}^t)}{\sum_\gamma d_\gamma Q_{j\gamma}^t (a_{0j}^t)} \quad (1)$$

\sum_γ краткая запись суммирования $\sum_{\gamma=1}^n$ по всем обследуемым разрушениям

Здесь необходимо отметить отличие указанного нами трактования d_γ от общеизвестного. Для более информативного восприятия следующие данные показаны на рис. 2.

В этом случае присутствует необходимость ввода дополнительных членов формулы с целью учета распространенности близости к разрушению. Однако первым шагом стоит завершить диагностические исследования на базе формулы 1, которая разрешается относительно d_γ .

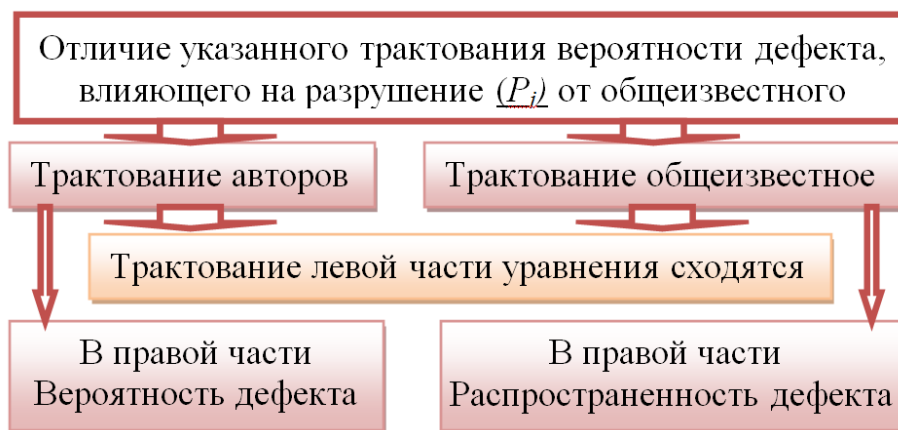


Рис. 2. - Отличие трактования от общепринятого

Для более детализированного и наглядного анализа введем 2 варианта разрушений, $\gamma=1$ и $\gamma=2$, тогда вероятность возникновения первого дефекта, влияющего на разрушение:

$$d_1 = \frac{d_1 Q_{j1}^t(a_{0j}^t)}{d_1 Q_{j1}^t(a_{0j}^t) + d_2 Q_{j2}^t(a_{0j}^t)} \quad (1a)$$

Сразу стоит учесть условие для полной «двухдефектной» группы:
 $d_1 + d_2 = 1$

Получаем, что данное уравнение имеет двойное решение:

$$d_1 = 0, d_2 = 1 \text{ и } d_1 = 1, d_2 = 0.$$

На данном этапе работы присутствует необходимость выявить смысл описываемой задачи, который состоит в определении правильного результата решения, рассматриваемого с позиции диагностики [7, 8].

Говоря о диагностике, мы имеем в виду её практический аспект [9], следовательно, имеет смысл ввести понятие итерационного процесса как одного из возможных решений предложенной задачи (форма решения представляет иной облик вышеуказанного уравнения):

$$d_\gamma^{m+1} = \frac{d_\gamma^m Q_{j\gamma}^t(a_{0j}^t)}{\sum_\gamma d_\gamma^m Q_{j\gamma}^t(a_{0j}^t)} \quad (2)$$

Предложенный алгоритм имеет высокое качество диагностических результатов с точки зрения практики. Однако возникает вопрос: «Какова величина процента вероятности сходства предложенного алгоритма: обеспечивается ли она 100% сходством или же присутствуют определенные неточности в применении?» [10].

С одной стороны, стоит отметить, что сходимость предложенного алгоритма математически доказана, однако, масштабируя процесс рассуждений, можно заметить, что одновременно с этим была выявлена связь между рассматриваемым методом максимального правдоподобия и существующим методом траекторий, представляющего собой иную математическую форму записи, а следовательно, являющуюся прямым эквивалентом анализируемого объекта [11].

Предложенный нами итерационный алгоритм имеет не только гарантию сходства, но и очень существенное отличие от аналогичных алгоритмов, базирующихся на основе метода максимального правдоподобия: отсутствует прямая пропорциональность между объемом данных величин и возможностью нахождения необходимых вероятностей, что обусловлено относительно стационарным (по отношению к уменьшению последнего из указанных критериев) характером вышеуказанной возможности выявления вероятностей [12].

Попробуем представить разрушения конструкций не с точки зрения генеральной совокупности единожды определенных признаков, а с точки зрения единства их траекторий (рис. 3) Исходя из вышеперечисленных условий и требований к качеству диагностики, возникала необходимость в отражении в формуле Байеса полного набора измеримых на протяжении всего процесса разрушения величин признаков, обуславливающих проявление и развитие данного фактора обстоятельств.

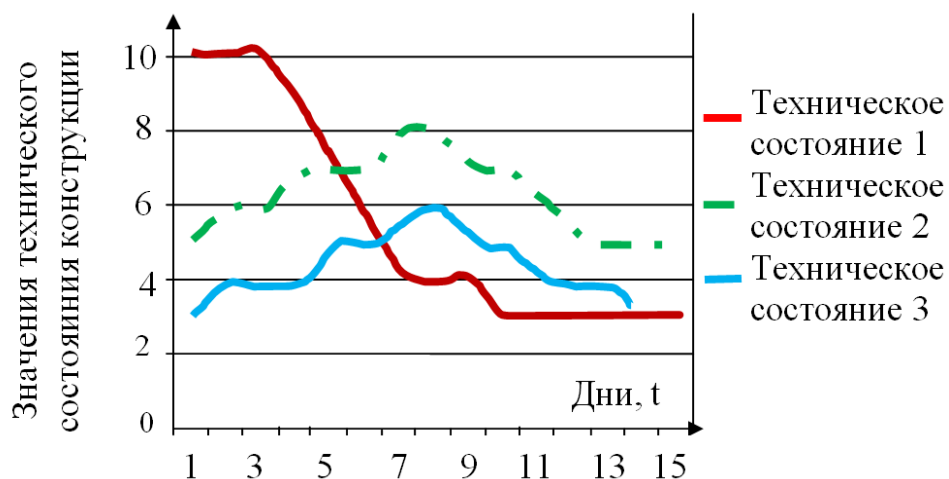


Рис. 3. - Совокупность траекторий признаков, влияющих на разрушение конструкции

Для примера введем следующие условия: пусть в течение разрушения однократное обследование отдельно взятого дефекта определялось 5 раз: в день начала, а также на 3, 5, 8 и 15-й дни проведения технико-строительной экспертизы соответственно.

Мы понимаем, что для величины дефекта, определенной по его известным ежедневным распределениям, при каждой из диагностированных величин (j) находится вероятность появления дефекта данной величины.

Как уже было сказано ранее, существует необходимость использования всей совокупности найденных показателей дефектов, поэтому в качестве метода ввода указанных параметров возможно применить обобщение (синтезирование). Однако стоит учитывать, что данный способ решения поставленной задачи имеет смысл тогда, когда указанный признак характеризуется стационарными временными свойствами. В этом случае формой указанного обобщения будет являться усреднение по какому-либо параметру.

При рассмотрении вышеуказанного метода возникает проблема в выборе методики обобщения. Здесь стоит отметить, что при её определении мы учитываем необходимость в наличии всеобъемлющего характера (рис. 4).

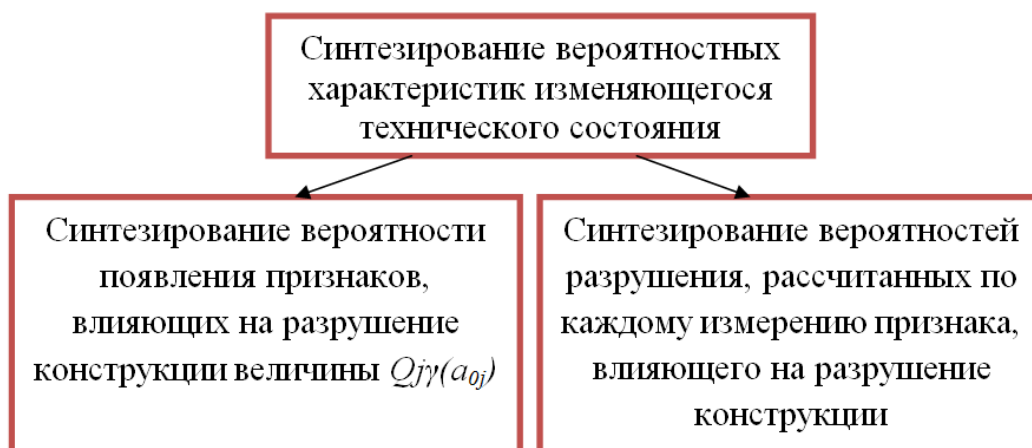


Рис. 4. - Варианты методов обобщения вероятностных характеристик

Здесь стоит сделать уточнение о том, что мы во втором случае ссылались на формулу 1.

Говоря об синтезировании как одного из инструментов систематизирования и упорядочивания совокупности вероятностей исследуемых разрушений, необходимо отметить самую важную деталь, а именно: выбор «фундамента» системы параметризации нашей «выборки данных», а именно определение главного параметра в связи с обоснованием необходимости его применения в конкретном случае. Рассматривая наш случай, к примеру, появляется возможность усреднения по дням (здесь основным параметром выступает значение признака, влияющего на разрушение, определенное в разные дни/ во все дни) в которые данный признак, влияющий на разрушение стройконструкции, определялся.

Другой пример: обобщение по признакам, влияющим на разрушение конструкции. Здесь основным параметром выступает единый интервал времени, приравненный к условной единице, в соответствии с которым происходит обобщение вероятностей.

Таким образом, основываясь на разном принципе параметризации усреднения и также последовательности его проведения, мы приходим к необходимости выделения нескольких методов (рис. 5).

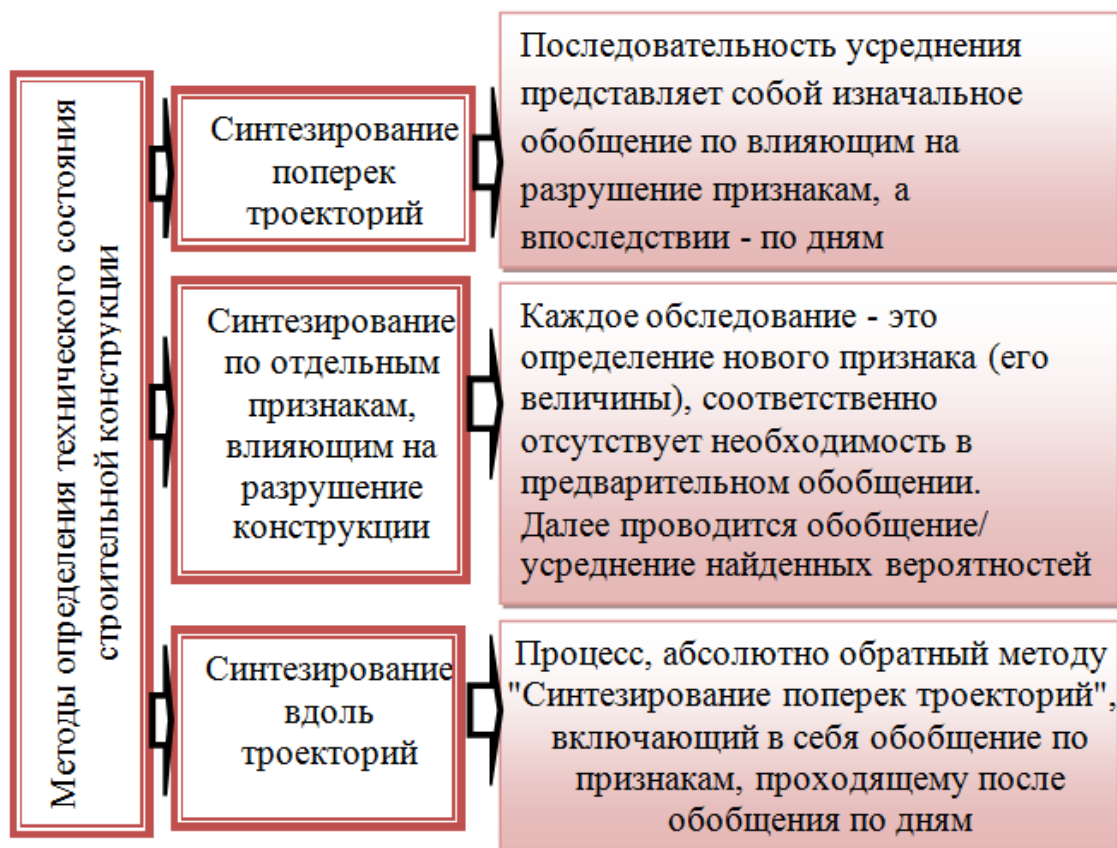


Рис. 5. - Выделенные методы

Синтезирование поперек траекторий

Для начала необходимо выявить смысл предложенной методики. Для более полного понимания ее функционирования необходимо выстроить четкую поэтапную последовательность изложения, являющуюся своего рода фундаментом логики суждений.

В соответствии с вышеперечисленными параметрами введем двухэтапную методику. На первом этапе осуществляется вычисление значений вероятностей признаков, влияющих непосредственно на разрушение конструкции. Здесь стоит понимать, что так как обобщение в данном случае имеет двухступенчатую систему, то первичный параметр на данном этапе следует принимать в соответствии с требованиями выходного результата системы, который подразумевает определенное число вероятностей признаков (b) определенных в конкретный день исследования.

Второй этап усреднения подразумевает под собой подбор параметра на аналогичных с первым условиях. Однако здесь требованиями выходного результата будут являться сведения о количестве дней (τ) которые включают в себя данные о значении какого-либо внешнего признака, определенного в ходе обследования, или же информацию, полученную в ходе проведенного специалистами инструментального обследования:

$$d_{\gamma}^{m+1} = \frac{1}{\tau} \sum_t \frac{1}{b_t} \sum_j \frac{d_{\gamma}^m Q_{j\gamma}^t(a_{0j}^t)}{\sum_{\gamma} d_{\gamma}^m Q_{j\gamma}^t(a_{0j}^t)} \quad (3)$$

В таблице 1 даны пояснения к формуле 3.

Таблица 1

Пояснение к формуле подбора параметра

Обозначение символа (буквы)	Трактование символа (буквы)	Особенности применения в данной формуле
1	2	3
j	Номер признака	Признак должен влиять на разрушение конструкции, кроме того, он должен быть включен в совокупность m других признаков того же характера.
γ	Номер дефекта	Аналогично первому обозначению. Главное условие – принадлежность к группе, включающей n -е количество дефектов.
t	Момент времени	За условную единицу времени был принят «день» в который определялись необходимые дефекты и признаки.
$Q_{j\gamma}^t(a_{0j}^t)$	Вероятность дискретного признака/ плотность вероятности непрерывно распределенного признака в 1 день	Обязательным условием включения признака является получение сведений о нем в ходе обследования конструкций. Вероятность признака в данном случае имеет смысл объяснять в ракурсе принадлежности к определенной категории или величины к дефекту (γ).

1	2	3
\sum_j	Суммирование по конкретному признаку	В данном случае сложение происходит только по тем признакам, которые были определены в конкретный день t.
$\sum_{j_i=b_t}$	Суммирование признаков	Здесь подразумевается перенумерация признаков, ежедневно оказывающих влияние на динамику разрушения
d_y^m	Вероятность разрушения	Определена в m-м итерационном цикле
d_y^{m+1}	Вероятность разрушения	Аналогично предыдущему пункту, однако здесь цикл будет с порядковым номером «m+1»
b_t	Сумма признаков, которые оказывают влияние на разрушение	Необходимым условием включения признаков в суммирование является их принадлежность к единому временному промежутку (наша условная единица времени t)
\sum_t	Суммирование по дням	Обязательное условие для включения в суммирование - наличие в данном временном промежутке признака, влияющего на разрушение
τ	Количество дней	Здесь показана взаимосвязь с предыдущим пунктом: дни, в которые были определены критические для нас признаки, влияющие на разрушение конструкции, и которые входят в данное количество

Синтезирование по отдельным признакам, влияющим на разрушение конструкции

Основной смысл данной методики заключается в относительном облегчении процесса отбора данных и определения значений, обусловленных ими. Это связано с устранением определенной последовательности этапов усреднения. В данном примере мы не суммируем все признаки, а рассматриваем каждый по отдельности. То есть получается, что в процессе

вычисления происходит совокупная обработка данных независимо от определенных нами ранее параметров.

$$d_Y^{m+1} = \frac{1}{\tau b} \sum_t \sum_j \frac{d_Y^m Q_{jY}^t(a_{0j}^t)}{\sum_Y d_Y^m Q_{jY}^t(a_{0j}^t)} \quad (4)$$

Синтезирование вдоль траекторий

Данный способ обобщения имеет абсолютно обратную взаимосвязь с первым методом, введенным нами. В рассматриваемом случае специфичной особенностью обобщения является его последовательность обобщения, полностью зеркальная первой: с тем же условием двухэтапности, но в обратном порядке. Усреднение по временным промежуткам (при буквенном обозначении здесь следует учитывать важное условие, которое заключается в том, что необходимые признаки определялись в разные дни, следовательно, есть потребность во введении дополнительного индекса, указывающего на данную особенность – τ_i), усреднение по совокупности признаков, влияющих на разрушение.

$$d_Y^{m+1} = \frac{1}{b} \sum_t \frac{1}{\tau_j} \sum_j \frac{d_Y^m Q_{jY}^t(a_{0j}^t)}{\sum_Y d_Y^m Q_{jY}^t(a_{0j}^t)} \quad (5)$$

Аутентификация за счет применения «чистого» критерия максимального правдоподобия

Данный критерий максимального правдоподобия (CML1) в анализируемом случае представлен в общепринятом виде. Он вычисляется по отдельным признакам, влияющим на разрушение конструкции, определенными нами как критические для рассмотренного случая:

$$CML1 = \prod_{j^{\tau}} \sum_{\gamma} d_{\gamma} Q_{j^{\tau}}^t(a_{0j}^t) \quad (6)$$

где $\prod_{j^{\tau}}$ - произведение (в нашем случае по всем дням и по всем признакам, влияющих на разрушение конструкции) полных вероятностей (сумм по n дефектам вышеописанных величин).

В данном случае следует упомянуть о специфике применения критерия максимального правдоподобия, которая состоит в том, что при любой форме записи он может синтезировать с различными методами поиска необходимых величин например, нелинейное программирование. В этом случае отбор необходимых сочетаний определяемых нами вероятностей происходит по заданному условию, которое устанавливает решающее значение для выходного результата: значение используемого нами критерия должно быть в максимуме.

В другом случае в качестве примера возможно применение метода прямого перебора. Основная суть данного инструмента изложена в самом названии. Процесс представляет собой последовательный «перебор» массива данных о сочетании компонент вектора (в нашем случае) с использованием установленного минимального шага.

$$d_{\gamma}: d_{\gamma=1}, d_{\gamma=2}, d_{\gamma=3}, \dots, d_{\gamma=n}.$$

У данного метода есть большое количество достоинств, в силу которых он занимает лидирующие позиции среди своих аналогов. В конкретно данном рассматриваемом случае перед используемым методом стоит несколько задач: во-первых, с большой степенью достоверности определить функциональный оптимум, а во-вторых, исследовать тип функциональной гиперповерхности цели. В нашем случае в синтезе с данным методом мы используем критерий максимального правдоподобия в качестве функции.

Значит, она имеет один максимум, а следовательно, отсюда вытекает еще одно важное преимущество используемого метода – он подтверждает теоретическое доказательство единства решения задач. Из существенных минусов данного критерия стоит отметить нестабильную динамику скорости обработки информации, которая при наступлении определенных величин начинает существенно снижаться.

Мы рассмотрели специфику применения метода в общем случае, а сейчас, для более полного понимания, следует проанализировать его более детально. Для того чтобы запустить процесс функционирования метода перебора, необходимо определить алгоритмы, на основе которых он сможет выявить достоверный выходной результат, соответствующий установленным целям и требованиям [13]. Как правило, алгоритмы задаются, исходя из необходимости учета условий, которые вытекают из специфичности данных, с которыми происходит взаимодействие. В нашем случае на перебираемый массив устанавливаются ограничения, диктуемые естественными природными процессами и законами, которые, кроме прочего, обуславливают набор вариантов применений алгоритмов перебора:

$$d_{\gamma=n} \geq 0 \text{ или } \sum_{\gamma=1}^{\gamma=n-1} d_{\gamma} \leq 1$$

Во-первых, вероятности разрушений не могут быть отрицательны. Во-вторых, согласно общим законам теории вероятностей, общая сумма вероятностей представлена единицей. Вероятность возникновения разрушения, к примеру n -я вероятность определяется:

$$d_{\gamma=n} = 1 - \sum_{\gamma=1}^{\gamma=n-1} d_{\gamma} \tag{7}$$

Пояснение к формуле представлены в таблице 2.

Таблица 2

Пояснение к формуле функционирования метода перебора

Обозначение символа	Пояснение
d_j	Вероятность возникновения j-го дефекта
n	Суммарное количество дефектов
$d_{j=n}$	Вероятность возникновения n по счету аварии

В результате применения данного метода выявляется определенная область сочетания вероятностей, которая далее анализируется с точки зрения критерия максимального правдоподобия в значении его экстремума (максимума):

$$d_{max} = \{d_{j=1}, d_{j=2}, d_{j=3}, \dots, d_{j=n}\} \quad (8)$$

То есть здесь становится ясно, что в результате преобразований образуется соответствующее заявленным только что условиям сочетание вероятностей. Для более детального и правдоподобного анализа сочетаний возможно введение некоторых дополнительных мер: дробление шага перебора в области максимума d_{max} , подразумевающее введение цикла. Данный алгоритм будет повторяться до тех пор, пока не будут выявлены данные необходимой точности.

С точки зрения углубления в значение физического смысла сочетание величин вероятностей разрушений является по своей сути вероятностями аварий, но только в том случае, когда критерий максимального правдоподобия достигает экстремума (максимума).

При таком условии нахождения сочетаний вероятностей возникает наибольшая из возможных вероятность наблюдения имеющейся совокупности признаков, напрямую влияющих на разрушение конструкции. Таким образом, на наш взгляд, данное утверждение является достаточно

весомым основанием для того, чтобы вынести суждение о правдоподобии найденных вероятностей, соответствующих поставленным условиям.

Вернемся к основной мысли наших рассуждений и подробнее рассмотрим один из объектов настоящего исследования. Представим себе условное существование двумерного пространства с измерениями в виде вероятностей разрушений. Тогда мы можем условно обозначить их следующим образом: $d_{\gamma=1}$ и $d_{\gamma=2}$. В нашем случае результатом функционирования метода прямого перебора в данном пространстве будет являться определение наиболее правдоподобного сочетания вероятностей, при котором критерий максимального правдоподобия имеет наивысшее значение. Понятно, что осуществление прямого перебора с бесконечно небольшим шагом пока что невозможно, однако существуют различные условно принятые значения шагов, которые можно использовать при расчетах.

Литература

1. Шеина С.Г., Аль-Фатла А.Н.М., Понеделко А.Ф., Грабовская В.Н. Организационно-технологические подходы проведения экспертизы качества и объема выполненных строительных работ // Инженерный вестник Дона, 2022, №2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2022/7444.
2. Зильберова И.Ю., Петров К.С., Рублевский В.А., Зоалкфл Д.А., Карпович А.С. Проблемы строительно-технической экспертизы при определении объемов и стоимости фактически качественно выполненных работ // Инженерный вестник Дона, 2021, №10. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n10y2021/7240/.
3. Афанасьев, А.А. Реконструкция жилых зданий. Ч. 1: Технологии восстановления эксплуатационной надежности жилых зданий. - М.: ОАО "ЦПП", 2008. – 234 с.

4. Сергеев Ю.Д., Сергеева А.Ю., Мищенко В.Я, Мясичев Ю.В., Мясичев Р.Ю. Оптимизация процесса обследования несущих конструкций предаварийных зданий // ФЭС: Финансы. Экономика. Стратегия. 2019. Т. 16 №3. С. 52-56.
 5. Гинзбург А.В. Организационно-технологическая надежность строительных систем // Вестник МГСУ. 2010. № 4-1. С. 251-255.
 6. Жавнеров П.Б., Гинзбург А.В. Повышение организационно-технологической надежности строительства за счет структурных мероприятий // Вестник МГСУ. 2013. №3. С. 196-200.
 7. Niamh M., Achkar L., Roberts A. "The people that no-one notices"? – The power of building control inspectors in sustainable construction. Conference: 32nd ARCOM Annual Conference 2016. Vol. 32. pp.1-10.
 8. Fore Stanley. An analysis of factors influencing the quality of housing construction projects in the Western Cape, South Africa. MATTER: International Journal of Science and Technology 1, 2017. pp. 240-258. DOI: 10.20319/mijst.2016.s11.240258.
 9. Зильберова И.Ю., Петров К.С., Пингин Е.Е. Современные требования к уровню знаний судебного строительно-технического эксперта // Инженерный вестник Дона, 2019, №1. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2019/5641/.
 10. Айвазян С.А., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д. Прикладная статистика. Основы моделирования и первичная обработка данных. М.: Финансы и статистика. Том 1, 1983. 471 с.
 11. Тонков И.Л., Тонков Ю.Л. Актуальные проблемы оценки технического состояния строительных конструкций // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Прикладная экология. Урбанистика. Научно-технический журнал. 2017. № 3. С. 94–104. DOI: 10.15593/2409-5125/2017.03.07.
-

12. Mishchenko V., Sergeev Yu., Sergeeva A., Myasishev Yu., Myasishev R. Investigation of the process organization of identifying an invalid test during construction expertise // In the collection: IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. International Scientific Conference "Construction and Architecture: Theory and Practice of Innovative Development". Volume 1083. 2021. pp. 012054. DOI: 10.1088/1757-899X/1083/1/012054.

13. Соколов В.А. Многоуровневый вероятностный анализ технического состояния строительных конструкций зданий и сооружений // XV научно-методическая конференция "Дефекты зданий и сооружений". СПб.: ВИТИ, 2011. С.54-63.

References

1. Sheina S.G., Al`Fatla A.N.M., Ponedelko A.F., Grabovskaya V.N. Inzhenernyj vestnik Dona, 2022, №2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2022/7444.

2. Zil`berova I.Yu., Petrov K.S., Rublevskij V.A., Zoalkfl D.A., Karpovich A.S. Inzhenernyj vestnik Dona, 2021, №10. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n10y2021/7240/.

3. Afanas'yev, A.A. Rekonstruktsiya zhilykh zdaniy [Reconstruction of residential buildings]. M.: OAO "TSPP", 2008. 234 p.

4. Sergeev Yu.D., Sergeeva A.Yu., Mishhenko V.Ya, Myasishhev Yu.V., Myasishhev R.Yu. FE`S: Finansy`. E`konomika. Strategiya. 2019. T. 16 №3. pp. 52-56.

5. Ginzburg A.V. Vestnik MGSU. 2010. № 4-1. pp. 251-255.

6. Zhavnerov P.B., Ginzburg A.V. Vestnik MGSU. 2013. №3. pp. 196-200.

7. Niamh M., Achkar L., Roberts A. Conference: 32nd ARCOM Annual Conference 2016. Vol. 32. pp.1-10.



8. Fore Stanley. International Journal of Science and Technology 1, 2017. pp. 240-258. DOI: 10.20319/mijst. 2016. S11.240258.
9. Zil'berova I.Yu., Petrov K.S., Pingin E.E. Inzhenernyj vestnik Dona, 2019, №1. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2019/5641/.
10. Ajvazyan S.A., Enyukov I.S., Meshalkin L.D. Prikladnaya statistika. Osnovy` modelirovaniya i pervichnaya obrabotka danny`x [Applied statistics. Fundamentals of modeling and primary data processing]. M.: Finansy` i statistika. Tom 1, 1983. 471 p.
11. Tonkov I.L., Tonkov Yu.L. Vestnik Permskogo nacional'nogo issledovatel'skogo politexnicheskogo universiteta. Prikladnaya e`kologiya. Urbanistika. Nauchno-texnicheskij zhurnal. 2017. № 3. pp. 94–104. DOI: 10.15593/2409-5125/2017.03.07.
12. Mishchenko V., Sergeev Yu., Sergeeva A., Myasishev Yu., Myasishev R. In the collection: IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. International Scientific Conference "Construction and Architecture: Theory and Practice of Innovative Development". Volume 1083. 2021. pp. 012054. DOI: 10.1088/1757-899X/1083/1/012054.
13. Sokolov V.A. XV nauchno-metodicheskaya konferenciya "Defekty` zdaniy i sooruzhenij". SPb., 2011. pp.54-63.

Дата поступления: 30.12.2023

Дата публикации: 9.02.2024