Математическая модель надводного мини-корабля

В.А. Костюков, А.М. Маевский, Б.В. Гуренко

Южный федеральный университет, Таганрог

Аннотация: Известно, что для анализа, моделирования движения подвижных роботизированных объектов и последующего синтеза их систем управления в общем случае требуется рассматривать полную нелинейную многосвязную математическую модель [1-4], учитывающую перекрестную нелинейную зависимость между различными компонентами поступательного и вращательного движений таких аппаратов. Ниже рассматриваются особенности такой полной модели применительно к динамике надводного мини-корабля.

Точная оценка аэро - или/и гидродинамических воздействий со стороны сплошной среды является необходимой для синтеза адекватной системы управления указанными объектами [1] . Вместе с тем, требуемый расчет этих воздействий в общем случае является весьма трудоемкой задачей с вычислительной точки зрения. Решение этой проблемы во многом связано с разработкой таких методик указанного расчета, которые бы на основании учета конкретных особенностей взаимодействия того или иного носителя со сплошной средой – однофазной или многофазной - существенно ускоряли процесс вычисления на алгоритмическом уровне. Ниже дается первое приближение для такой методики применительно к надводному мини-кораблю.

Проводится численное моделирование движения управляемого позиционно-траекторным регулятором мини-корабля при малых углах крена и наличии морского волнения на основе полносвязной математической модели и предложенной методики оценки гидродинамических воздействий.

Ключевые слова: надводный мини-корабль, позиционно-траекторный регулятор, аэрогидродинамика, математическая модель, нелинейная динамика, CFD моделирование, внешние возмущения.

Полносвязная математическая модель движения корабля

Отличительной особенностью динамики надводного мини-корабля является наличие границы раздела двух сред, что увеличивает число аргументов в функциональных зависимостях сил и моментов, порожденных сплошной средой. Наличие значимых ветровых возмущений и/или подводных течений приводит к необходимости дифференцированного рассмотрения этих явлений, что в самом простом случае установившегося обтекания требует рассмотрения двух пар углов атаки и скольжения. Кроме того, морское волнение является отдельным, очень сложным воздействием. Все это вместе приводит к существенному повышению (на порядки) времени расчета.

Рассмотрим полную математическую модель движения корабля. Используем следующую связанную систему координат OXYZ: её начало O есть точка пересечения нормали, опущенной из геометрического центра судна перпендикулярно границе раздела сред в статическом положении и линии киля; ось X направлена в диаметральной плоскости судна параллельно границе раздела сред в его статическом положении; ось OY направлена вдоль указанной нормали; ось OZ образует правую тройку с OX и OY (см. рис.1, связанная система координат OXYZ выделена оранжевым цветом). Базовую систему координат выберем так, чтобы её координатная плоскость $O_g X_g Z_g$ совпала с невозмущенной свободной поверхностью (см. рис.2)

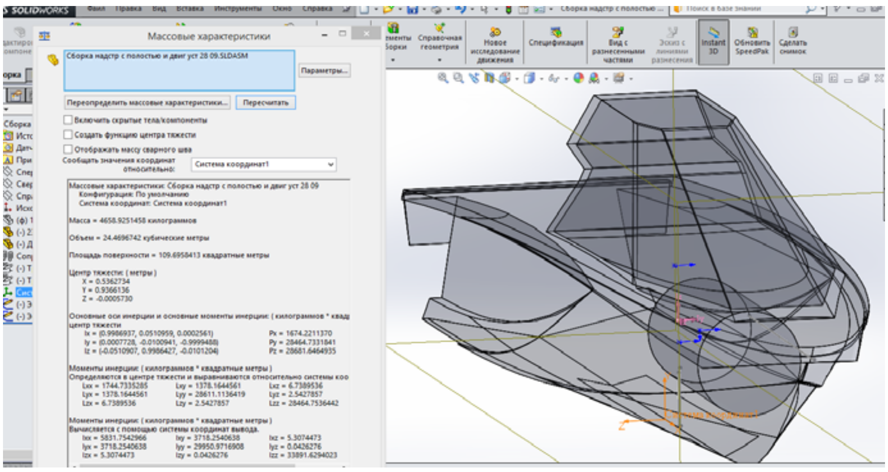


Рисунок 1 – К определению связанной системы координат корабля

Полная нелинейная многосвязная модель динамики может быть представлена в матричной форме [4]:

$$\dot{\mathbf{Y}} = \left[\hat{\mathbf{A}}\right] \cdot \mathbf{X}, \qquad \frac{d\mathbf{X}}{dt} = \left[\mathbf{M}\right]^{-1} \left(\tilde{\mathbf{F}}_{упр} + \tilde{\mathbf{F}}_{дин} + \tilde{\mathbf{F}}_{в} \right) \qquad (1)$$

где $\tilde{\mathbf{A}}, \tilde{\mathbf{G}}, \tilde{\mathbf{F}}_{WA}$, $\tilde{\mathbf{F}}_{в} = \tilde{\mathbf{A}} + \tilde{\mathbf{G}} + \tilde{\mathbf{F}}_{AW}$ - векторы обобщенных сил Архимеда, тяжести, гидро- аэродинамического воздействия и полной силы, соответственно; $\tilde{\mathbf{F}}_{дин}$ - обобщенный вектор нелинейных элементов динамики; $\tilde{\mathbf{F}}_{упр}$ - обобщенный вектор управляющих воздействий; $\left[\tilde{\mathbf{M}}\right]$ - матрица массо-инерционных характеристик; $\overline{Y} = \left[\mathbf{r}(x_0, y_0, z_0), \mathbf{\Theta}(\varphi, \psi, \gamma)\right]^T$ - вектор внешних координат, характеризующих положение (радиус-вектор $\mathbf{r}(x_0, y_0, z_0)$) и ориентацию (вектор $\mathbf{\Theta}(\varphi, \psi, \gamma)$) связанной системы относительно базовой; $\mathbf{X} = (\omega_x, \omega_y, \omega_z, V_x, V_y, V_z)^T$ - вектор внутренних координат – проекций на связанные оси векторов линейной $\mathbf{V}(V_x, V_y, V_z)$ и угловой $\boldsymbol{\omega}(\omega_x, \omega_y, \omega_z)$ скоростей; $\left[\hat{\mathbf{A}}\right]$- полная матрица кинематики.

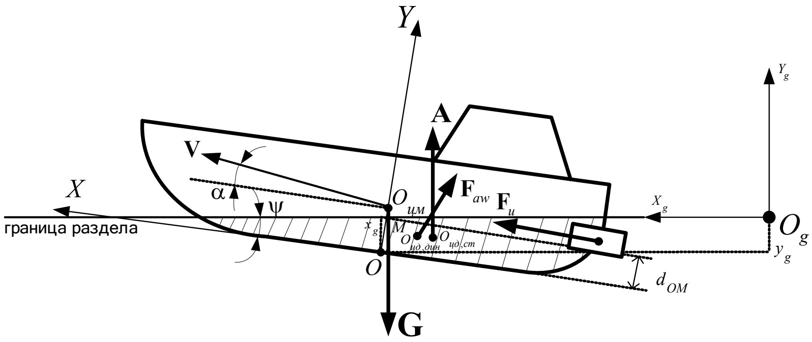


Рисунок 2 - к определению параметров, задающих положение свободной поверхности в связанной системе координат, и внешних силовых воздействий

Рассмотрим важный вопрос определения обобщенных гидро-аэростатических/динамических сил $\tilde{\mathbf{F}}_{AW} = (\mathbf{F}_{AW}, \mathbf{M}_{AW})$.

Методика оценки функциональных зависимостей сил $\mathbf{F}_{AW}$ и $\mathbf{M}_{AW}$ в первом приближении

Представим полные силы и моменты за счет сплошной среды в виде суперпозиции соответствующих воздействий на спокойной воде $\mathbf{F}_{aw}, \mathbf{M}_{aw}$ и вклада морского волнения $\mathbf{F}_{волн}, \mathbf{M}_{волн}$:

$$\mathbf{F}_{AW} = \mathbf{F}_{aw} + \mathbf{F}_{волн}, \mathbf{M}_{AW} = \mathbf{M}_{aw} + \mathbf{M}_{волн}. \quad (2)$$

Рассмотрим составляющие $\mathbf{F}_{aw}, \mathbf{M}_{aw}$. Углы атаки α и скольжения β характеризуют ориентацию вектора линейной скорости $\mathbf{V}$ движения корабля относительно водной и воздушной сред. Однако для задания ориентации корабля относительно свободной поверхности раздела требуется еще три дополнительных величины: углы крена γ, дифферента ψ и водоизмещение $U_{подв}$ или любая величина, однозначно определяющаяся через $U_{подв}$ и указанные углы γ, ψ. Таким образом, каждая из проекций $\mathbf{F}_{aw}(\xi),\mathbf{M}_{aw}(\xi)$ зависит от девяти величин: $\left(V,\alpha,\beta,\omega_x,\omega_y,\omega_z,\psi,\gamma,U_{подв}\right)\equiv\xi$.

Большое число аргументов этих зависимостей существенно усложняет анализ и моделирование движения с поверхностью раздела сред. Поэтому представляется целесообразным разработать такой подход оценивания указанных зависимостей, который бы адекватным и одновременно позволил существенно сократить время идентификации гидроаэродинамических параметров модели.

Покажем, что в первом приближении для определения зависимостей $\mathbf{F}_{aw}(\xi),\mathbf{M}_{aw}(\xi)$ достаточно провести численное гидроаэродинамическое моделирование для фиксированного водоизмещения $U_{подв,0}$.

Силы и моменты $\mathbf{F}_{aw},\mathbf{M}_{aw}$ всегда можно представить в виде суперпозиций соответствующих воздействий на подводную $\mathbf{F}_w,\mathbf{M}_w$ и надводную $\mathbf{F}_a,\mathbf{M}_a$ омываемые поверхности мини-корабля. Аэродинамическими воздействиями далее для простоты пренебрегаем.

Пусть $\mathbf{F}_w^0,\mathbf{M}_w^0$ - значения векторов $\mathbf{F}_w,\mathbf{M}_w$ при водоизмещении $U_{подв,0}$.

Как известно [5-8], гидроаэродинамические воздействия при фиксированной скорости пропорциональны площади смоченной поверхности и соответствующим гидроаэродинамическим коэффициентам, учитывающим, прежде всего, форму этой поверхности. Если пренебречь изменением формы погруженной части мини-корабля при варьировании водоизмещения, но фиксированных углах крена и дифферента γ,ψ, то можно приближенно считать, что векторы $\mathbf{F}_w,\mathbf{M}_w$ пропорциональны векторам

$\mathbf{F}_w^0, \mathbf{M}_w^0$ и функции отношения площадей $f_S(\gamma,\psi,U_{подв})$ смоченных поверхностей для данного водоизмещения $U_{подв}$ и эталонного $U_{подв,0}$:

$$\mathbf{F}_w = \mathbf{F}_w^0 \cdot f_S(\gamma,\psi,U_{подв}),\ \mathbf{M}_w = \mathbf{M}_w^0 \cdot f_S(\gamma,\psi,U_{подв}) \quad (3)$$

где

$$f_S(\gamma,\psi,U_{подв}) = \frac{S_{подв}(\gamma,\psi,U_{подв})}{S_{подв,0}(\gamma,\psi)}, \quad (4)$$

$S_{подв}(\gamma,\psi,U_{подв})$ - площадь смоченной поверхности при углах крена γ, дифферента ψ и водоизмещении $U_{подв}$, $S_{подв,0}(\gamma,\psi) = S_{подв}(\gamma,\psi,U_{подв,0})$ - площадь смоченной поверхности при эталонном водоизмещении $U_{подв,0}$ и тех же углах γ,ψ. Пусть d_{OM} - расстояние от начала координат связанной системы до точки пересечения М оси OY со свободной поверхностью (рис.2). Величина d_{OM} вместе с углами γ,ψ полностью определяет ориентацию подводной части корабля относительно свободной поверхности, поэтому $U_{подв} = U_{подв}(d_{OM},\gamma,\psi)$ и в зависимости (3) вместо $U_{подв}$ может быть использован аргумент d_{OM}.

Гидростатические воздействия рассчитываются по стандартным формулам, включающим функциональные зависимости координат точки приложения силы Архимеда $x_A y_A, z_A$ и объема подводной части аппарата $U_{подв}$ от d_{OM},γ,ψ [4-7].

Особенность предлагаемого подхода к определению гидродинамических воздействий заключается в том, чтобы получить воздействие на подводную $\mathbf{F}_w^0, \mathbf{M}_w^0$ часть аппарата для фиксированного водоизмещения $U_{подв,0}$, а затем по приближенной формуле (3) оценить соответствующие воздействия для других $U_{подв}$.

Это приближение является весьма точным, если изменение водоизмещения корабля в процессе движения будет слабым, так как последнее не способно привести к сильному изменению формы его подводной части при одних и тех же углах крена и дифферента. Для больших скоростей эта методика позволяет лишь приближенно оценить воздействия сплошной среды.

Составляющие за счет морского волнения $\mathbf{F}_{волн},\mathbf{M}_{волн}$ могут быть оценены по эмпирическим данным, приведенным, например, в [9]. Для их проекций на оси связанной с катером системы координат после пересчета из скоростной системы были получены следующие аппроксимационные формулы:

$$F_{\text{волн},x} = \text{C}k_\lambda\left(\frac{\lambda}{L}\right)f_\beta(\beta)\zeta_A{}^2 f_V(V), \text{Н} \quad (5)$$

$$F_{\text{волн},y} = \text{C}k_\lambda\left(\frac{\lambda}{L}\right)\frac{[f_{1\gamma\beta\psi}(\gamma,\beta,\psi) - 15.56 f_\beta(\beta) sin\psi]}{cos\psi}\zeta_A{}^2 f_V(V), \text{Н} \quad (6)$$

$$F_{\text{волн},z} = \text{C}k_\lambda\left(\frac{\lambda}{L}\right)f_{1\gamma\beta}(\gamma,\beta)\zeta_A{}^2 f_V(V), \text{Н} \quad (7)$$

$$M_{A\text{волн},x} = \text{C}k_\lambda\left(\frac{\lambda}{L}\right)f_{2\gamma\beta}(\gamma,\beta)\zeta_A{}^2 f_V(V), \ \text{Нм} \quad (8)$$

$$M_{\text{волн},y} = \text{C}k_\lambda\left(\frac{\lambda}{L}\right)\frac{[0{,}46\gamma - 0{,}049 f_{2\gamma\beta}(\gamma,\beta) sin\psi]}{cos\psi}\zeta_A{}^2 f_V(V), \text{Нм} \quad (9)$$

$$M_{\text{волн},z} = \text{C}k_\lambda\left(\frac{\lambda}{L}\right)f_{2\gamma\beta\psi}(\gamma,\beta,\psi)\zeta_A{}^2 f_V(V), \ \text{Нм} \quad (10)$$

где $\text{C} = \rho g(B^2/L)$ а входящие в эти выражения функции от углов курса волн β, дифферента ψ и крена γкорабля имеют вид:

$f_V(V) = 0{,}12 + 0{,}25V - 0{,}004V^2$, $f_\beta(\beta) =$ 4.835e-007$\beta^2|\beta|$ - 4.63e-005β^2 - 0.01871 $|\beta|$ + 2.609, $f_{1\gamma\beta}(\gamma,\beta) = -(7{,}73\gamma + 5{,}50\beta)$, $f_{2\gamma\beta}(\gamma,\beta) = 5{,}43\gamma - 0.0121\gamma|\gamma| + sign(\beta)(6.222e-011\beta^6|\beta| - 5.169e-008\beta^6 + 1.615e-005\beta^4|\beta| - 0.00238\beta^4 + 0.169\beta^2|\beta| - 5.607\,\beta^2 + 117.2\,|\beta| - 21.31)$,

$f_{1\gamma\beta\psi}(\gamma,\beta,\psi) = 4{,}24 + 1{,}625\psi + 0.0167\gamma + 0.0194|\beta| - 5.81410^{-4}\beta^2$,

$f_{2\gamma\beta\psi}(\gamma,\beta,\psi) =$

$136{,}5 + 1{,}274\psi - 0{,}0063|\gamma|\psi - 0{,}00402|\beta|\psi - 0{,}00024V\psi^2$,

$k_\lambda\left(\frac{\lambda}{L}\right) = -29.95\left(\frac{\lambda}{L}\right)^6 + 213\left(\frac{\lambda}{L}\right)^5 - 592.7\left(\frac{\lambda}{L}\right)^4 + 814.3\left(\frac{\lambda}{L}\right)^3 - 573.8\left(\frac{\lambda}{L}\right)^2 +$

$195.4\left(\frac{\lambda}{L}\right) - 24.6$.

В этих выражениях V – скорость корабля (меняется в диапазоне от 0 до 20 м/с), L – длина корабля, B – его ширина по нормальной ватерлинии, ζ_A – амплитуда волны, λ – длина волны, β – угол курса волн (в градусах): этот угол равен нулю, когда набегание волн встречное, положителен - когда волны набегают на левый борт, и равен 180 градусам, когда набегание волны - в сторону кормы; ψ - угол дифферента, γ - угол крена (даны в градусах). Формулы (12) достаточно точны вплоть до амплитуд волн $\frac{2\zeta_A}{L} < 1/15$.

Оценка массо-инерционных и демпфирующих параметров корабля.

Выберем для моделирования надводный мини-катер (см. его трехмерную модель и связанную систему координат на рис.1) с параметрами погруженной при нормальном водоизмещении части: максимальные длина - $L = 9{,}5$м; ширина - $B = 2{,}3$ м; глубина погружения - $T = 0{,}46$ м,и следующими значениями массо-инерционных характеристик:

$$m = 4658{,}9\text{ кг}, x_T = -1{,}305\text{ м},\ y_T = 0{,}936\text{ м}, z_T = 0\text{ м},$$

$$J_{xx} = 5831.75\text{ кг}\cdot\text{м}^2, J_{yy} = 29950.97\text{кг}\cdot\text{м}^2, J_{zz} = 33891.63\text{кг}\cdot\text{м}^2,$$

$$J_{xy} = 3718.25\text{кг}\cdot\text{м}^2, J_{xz} = J_{yz} = 0. \qquad (11)$$

Ниже будем приближенно считать присоединенные массы и коэффициенты демпфирования не зависящими от водоизмещения и рассчитывать их для значения $U_{подв} = U_{подв,0}$. Для расчета компонентов тензора присоединенных масс $\lambda_{11}, \lambda_{33}, \lambda_{55}, \lambda_{15}$ используем приближенные формулы (11.177) справочника [9]:

$\lambda_{11} = 0,67\rho VF / S$, $\lambda_{33} = 0,44\rho VF / S$, $\lambda_{55} = 0,028\rho V^2 S\left[1\text{–}3,6(F/S)^2\right] / F^3$,

$$\lambda_{15} = 0,125\rho V^2 \left[1\text{–}3,6(F/S)^2\right] / F, \qquad (12)$$

где V - объем погруженной части, F - площадь погруженной части диаметральной плоскости корабля, S - площадь ватерлинии. Формулы (12) описывают боковой спуск судна, поведение при шквале и т.п. Для определения компонент $\lambda_{22}, \lambda_{66}$ используем приближенные формулы [9], полученные Блохом Э.Л. для полупогруженного эллипсоида вращения для случая, когда круговое миделево сечение эллипсоида перпендикулярно свободной поверхности:

$$\lambda_{22} = k_{22} 2\pi\rho ab^2 / 3,\ \lambda_{26} = k_{26} 2\pi\rho ab^2 \left(a^2+b^2\right) / 15, \qquad (13)$$

где безразмерные коэффициенты k_{22}, k_{26} считаем совпадающими с коэффициентами $k_{33.0}, k_{35,0}$. Расчет по формулам (12), (13) для нашего случая дает следующие значения ненулевых элементов тензора $\left\{\lambda_{ij}\right\}$:

$$\lambda_{11} = 846,78\ \text{кг}, \lambda_{33} = 556,1\ \text{кг}, \lambda_{55} = 107,2\ \text{кгм}^2,$$

$$\lambda_{15} = 7341,00\ \text{кг}, \lambda_{22} = 9545\ \text{кг}, \lambda_{26} = 70370\ \text{кг}, \qquad (14)$$

Демпфирующий момент $M_{wy,\text{демпф}}$ относительно плоскости мидельшпангоута может быть приближенно рассчитан по формуле (2.160) из [9]:

$$M_{wy,\text{демпф}}(V, \omega_y) = -\text{C}_{My}^{\omega}\left(\rho S_{\text{ДП},0} L^2/2\right) V\omega_y, \qquad (15)$$

где $\text{C}_{My}^{\omega} = \left(0,739 + \frac{8,7T_0}{L_0}\right)(1,611\sigma^2 - 2,873\sigma + 1,33)$; $L_0, T_0, S_{\text{ДП},0}, \sigma = \frac{S_{\text{ДП,0}}}{L_0 T_0}$ – максимальные длина, ширина, площадь диаметральной плоскости и коэффициент полноты подводной части для заданного нормального уровня ватерлинии.

Демпфирующий момент $M_{wx,\text{демпф}}$относительно диаметральной плоскости может быть приближенно рассчитан по аппроксимационным эмпирическим формулам (3.22) –(3.25) в [9], полученным Шмуруном А.Н.:

$$M_{wx,\text{демпф}}(V,\omega_y) = [0{,}75\pi(\mu_{\theta,1}+\mu_{\theta,2})/\theta_0]\omega_x|\omega_x|, \tag{16}$$

где

$$\mu_{\theta,1} = 10^{-2}(1{,}78-0{,}078\bar{\tau}_0)(0{,}5+0{,}005\theta_0)\times$$

$$\times\left[0{,}00125(B/T_0)^2+0{,}044+\left(0{,}262-0{,}484(T_0/B_0)\right)\bar{S}_k\right](B_0/h_0),$$

$$\mu_{\theta,2} = 8(T_0/L_0h_0\delta\bar{\tau}_0)\bar{r}_m(z_g-0{,}67T_0)\sqrt{L_0/B_0}\,Fr,$$

$$\bar{r}_m = (1/\pi)\{(0{,}887+0{,}145\delta)[1{,}7(T_0/B_0)+\delta]-2(T-z_g)/B_0\},$$

$$r_0 = \frac{\left(\frac{2}{3}\right)\int_a^b y^3(x)dx}{U_{\text{подв}}}, h_0 = r_0+z_{C,0}-z_g, \qquad \bar{S}_k = 100\,S_k/S_{\text{ВЛ}}, \qquad Fr = V/\sqrt{gL_0},$$

$\bar{\tau}_0 = \tau_0\sqrt{g/B_0}$; θ_0 - амплитуда качки, рад; τ_0 - собственный период бортовой качки; z_g и $z_{C,0}$– вертикальные координаты центра тяжести и центра величины подводной части при нулевом угле крена; - $\delta = S_{\text{погр}}/L_0T_0$ – коэффициент общей полноты; S_k – суммарная площадь скуловых килей, $S_k -$ площадь основной части плоскости при нормальном водоизмещении, ограничиваемой ватерлинией; r_0 – метацентрический радиус при малых углах крена, $y(x)$ – уравнение профиля нормальной ватерлинии в зависимости от продольной координаты x ($x\in(a,b)$), V – скорость хода судна.

Ниже при расчетах считаем влияние демпфирующих моментов в зависимостях $\mathbf{F}_w^0,\mathbf{M}_w^0$ аддитивным [3,5-7].

Расчет статических и динамических воздействий сплошной среды.

Вначале морское волнение не учитываем.. Расчет гидростатических силы и момента сводится к нахождению временных функциональных зависимостей центров давления подводной части $x_A = x_A(t), y_A = y_A(t)$ и её объема $U_{подв}(t)$. определяем зависимости $U_{подв} = U_{подв}(d_{OM}, \gamma, \psi), x_A = x_A(d_{OM}, \gamma, \psi), y_A = y_A(d_{OM}, \gamma, \psi)$ путем построения в SolidWorks соответствующих сечений и последующего измерения объемов, площадей омываемых поверхностей подводных частей и положения их центров тяжести в связанной с катером системе координат (см. рис. 3). При этом учитываем, что центр гидростатического давления есть геометрический центр подводной части [8].

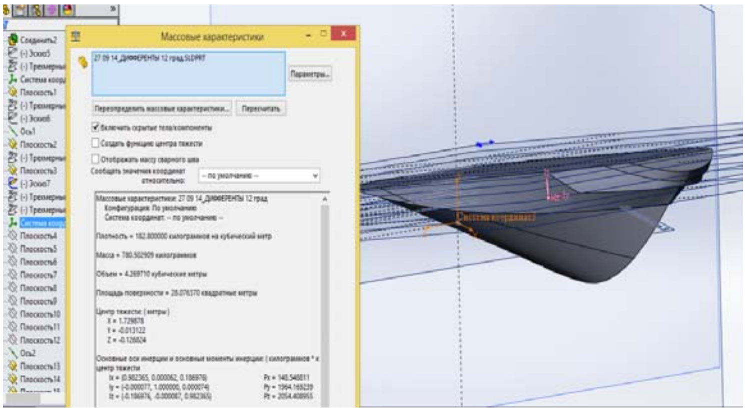
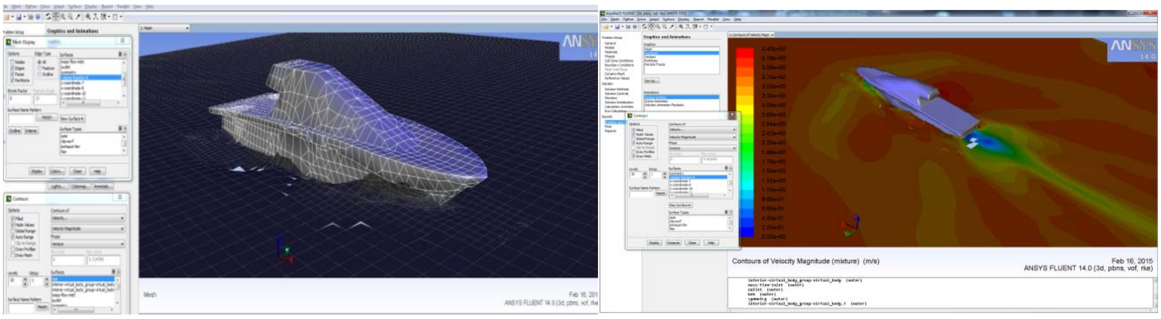


Рис. 3 - Построение подводной части корабля при дифференте на корму 12 град и определение центра давления

Будем далее считать углы γ крена настолько малыми, чтобы обоснованно пренебречь зависимостью них подводного объема, омываемой площади и центра давления.

Для определения динамических воздействий $\mathbf{F}_w^0, \mathbf{M}_w^0$ и $\mathbf{F}_a^0, \mathbf{M}_a^0$ было проведено *CFD* –моделирование с помощью программных продуктов AnsysFluent и FineHexa. Результаты моделирования с помощью этих комплексов, хорошо коррелирующие друг с другом, усреднялись. На рис.4а показана сетка в некоторый момент времени; на рис.4 б приведено распределение амплитуды скоростного поля в пределах возмущенной границы раздела.



а) сетка расчетной области в окрестности корабля

б) распределение амплитуды скоростного поля по возмущенной границе раздела

Рис.4 – Визуализация сеточной структуры и характерного распределения скорости по границе раздела, поверхности корабля и его окрестности.

Функциональные зависимости для проекций $\mathbf{F}_w, \mathbf{M}_w$ и $\mathbf{F}_a, \mathbf{M}_a$ были получены путем аппроксимации данных виртуальной обдувки для различных углов дифферента и крена при фиксированном водоизмещении $U_{подв,0}$ и учета формул (3),(4), (14)-(16). Приведем соответствующие формулы для $\mathbf{F}_w, \mathbf{M}_w$:

$$F_{w,x} = -f_{S1}V^2\{[(134{,}29 - 0{,}48V + 2{,}789\psi^2)cos\psi + (31{,}9 + 12{,}218\psi + 0.126\gamma)sin\psi] - 3{,}286\beta^2\}\,, \quad (17)$$

$$F_{w,y} = f_{S1}\{V^2[-(134{,}29 - 0{,}48V + 2{,}79\psi^2)sin\psi + (31{,}9 + 12{,}22\psi + 0{,}13\gamma)cos\psi - 1{,}547|\beta| - 0{,}12\beta^2] + 3{,}38 10^3 V\omega_z\}\,, \quad (18)$$

$$F_{w,z} = f_{S1}\{V^2(-58{,}18\gamma - 0{,}0467\alpha\beta - 0{,}286\beta|\beta| + 0{,}0029\beta\beta^2) + 3120V\omega_y\}, \quad (19)$$

$$M_{w,x} = f_{S1}\{V^2[(8{,}483\gamma - 0.0134\gamma|\gamma|)cos\psi + 3{,}460\gamma sin\psi + 0{,}197\beta + 0{,}053\alpha\beta - 2{,}45 10^{-4}\alpha\beta|\beta|] - 160.1V\omega_x\}, \quad (20)$$

$$M_{w,y} = f_{S1}\{V^2(-8{,}483\gamma sin\psi + 3{,}460\gamma cos\psi + 1{,}89\,\beta + 0{,}01\beta|\beta|) - 1{,}008 \cdot 10^4 V\omega_y\}, \quad (21)$$

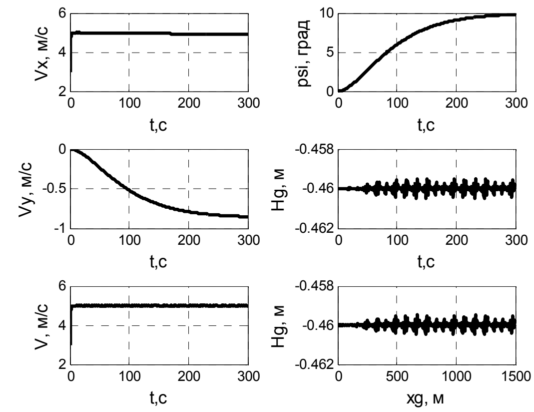
$$M_{w,z} = f_{S1}\{V^2(452 + 4{,}22\psi - 0{,}0209|\gamma|\psi - 0{,}0008V\psi^2 + 2{,}0110^{-5}\alpha\beta) - 3{,}310^3 V\omega_z)\}, \qquad (22)$$

где ψ, γ – углы дифферента и крена, α, β - углы атаки и скольжения (все углы измеряются в градусах), V – скорость в м/с. Для определения функции$f_{S1} = \frac{S(\psi,-y_g/cos\psi)}{S[\psi,d_0(\psi)]}$, входящей в (17)-(22), необходимо в приближении малых углов крена знать три функциональных зависимости: а) погруженных площади $S_{\text{подв}}$ и объема $U_{\text{подв}}$ от угла ψ дифферента и параметра d_{OM}; б) параметра d_{OM} от угла ψ при фиксированном водоизмещении $U_{\text{подв},0} = 4{,}658$ м^3, соответствующем рассмотренному случаю. Также по ранее использованной методике с помощью пакетов *Matlab* и *SolidWorks*, оцениваются зависимости ***S_glub(psi, x) и d_OM(psi).***

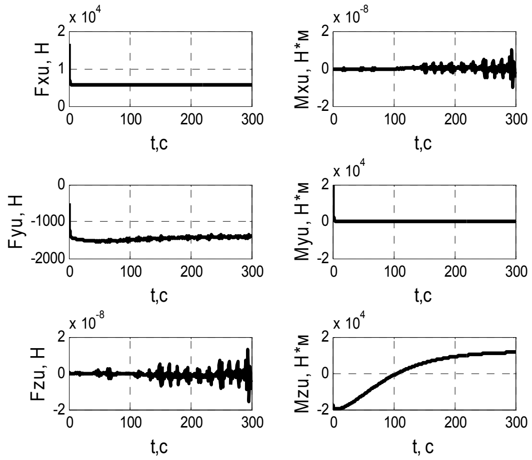
Для получения проекций полных гидроаэродинамических силы и момента необходимо к правым частям (17)-(22) прибавить соответствующие проекции, вызванные морским волнением (5)-(10).

Моделирование движения корабля для малых углов крена при управлении позиционно-траекторным регулятором и наличии морского волнения.

Используя полную математическую модель динамики (1),промоделируем движение корабля по прямой линии, задаваемой двумя уравнениями Hg=-0,46м и zg=0м при наличии управления позиционно-траекторным регулятором (ПТР). Целесообразность использования данного типа регулятора для автономного управления подводных и надводных аппаратов была обоснована теоретически [1,10,11], а в случае надводного мини-корабля, - практически путем создания соответствующего прототипа [12]. На основе ПТР определим соответствующие потребные силы и моменты. Целевые значения внешних координат и путевая скорость равны: $\psi_0 = 10^0$,$H_{g,0} = -0{,}46$ м,$V_0 = 10$ м/с, а процесс их сходимости представлен на рис.5 а. По представленным на рис.5 б графикам временных зависимостей $F_{u,x}, F_{u,y} F_{u,z}, M_{u,x}, M_{u,y} M_{u,z}$ видно, что значащими не нулевыми являются только $F_{u,x}, F_{u,y}, M_{u,z}$. Вектор силы образует угол $\mathrm{atan}\left(\frac{F_{u,y}}{F_{u,x}}\right) = 13,6^0$ со свободной поверхностью, что близко к целевому углу дифферента $\psi_0 = 10^0$.



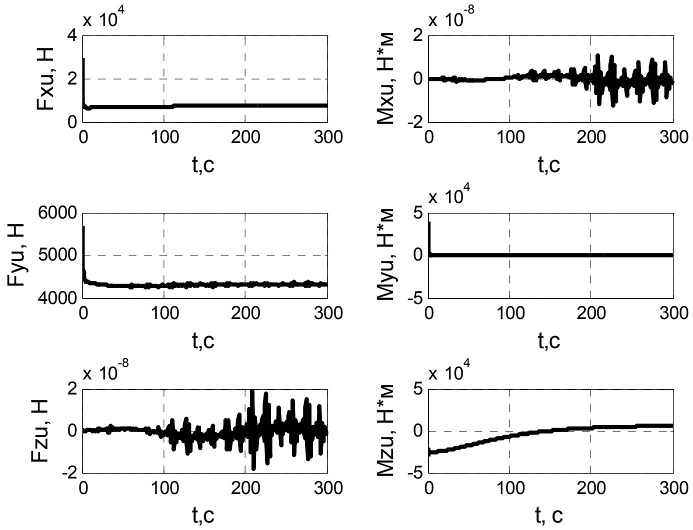
а)функции изменения внешних координат



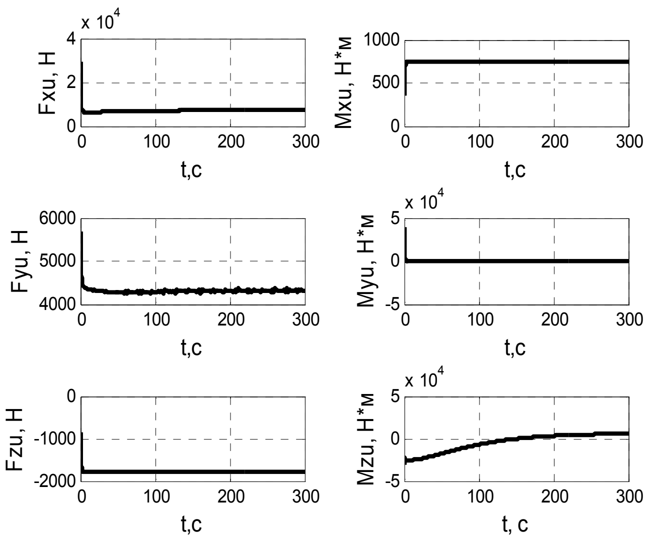
б) распределение потребных управляющих сил и моментов

Рис.5 – Моделирование движения по прямой линии с управлением ПТР без морского волнения

Исследуем влияние морского волнения на величину целевых управляющих сил и моментов, вырабатываемых регулятором и необходимых для осуществления движения с заданными параметрами. На рисунке 6 представлены распределения потребных управляющих сил и моментов для двух случаев морского волнения: $\zeta_A = 1$м, $\lambda = 3$м, $\beta_в = 0^0$ и $\zeta_A = 1$м, $\lambda = 3$м, $\beta_в = 45^0$.



а)



б)

Рис.6 – Распределение потребных управляющих сил и моментов при движении по прямой с управлением ПТР и морским волнением с $\zeta_A = 1$м, $\lambda = 3$м при $\beta_в = 0^0$ (а) и $\beta_в = 45^0$ (б).

Из сопоставления графиков, приведенных на рисунках 5 и 6а, видно, что при встречном волнении модуль управляющей силы увеличивается – в основном за счет увеличения проекции управляющей силы по оси OY: без волнения она равна по модулю 1500 Н, а с встречным волнением – 4500 Н. Проекция по оси OX возрастает при этом незначительно – примерно на 150 Н. Проекция момента силы управления возрастает на начальном участке движения примерно на 20%.

Из сравнения рисунков 6 а,б следует, что при косом движении волн с углом скольжения $\beta_в = 45^0$ появляется значительная потребная управляющая сила (1800 Н) по оси OZ и для поддержания устойчивости по крену возникает момент вращения по оси OX величины 750 Н*м.

Выводы

В рамках полносвязной математической модели движения твердого тела рассмотрены особенности кинематики и динамики надводного мини-корабля «Нептун». Это позволило получить методику расчета в первом приближении гидродинамических/статических сил и моментов, значительно ускоряющую процесс идентификации соответствующих функциональных зависимостей математической модели. Для проверки использованных представлений в отношении конкретного типа мини-корабля определены аналитические функциональные зависимости статических и динамических воздействий сплошной среды от внешних координат и скоростей движения.

Проведено моделирование позиционно-траекторного управления движением мини-корабля при наличии морского волнения. Полученные результаты вполне соответствуют качественным физическим представлениям, лежащим в основе динамики надводного корабля.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 13-08-00249-а и НИР №114041540005 по государственному заданию ВУЗам и научным организациям в сфере научной деятельности.

Литература

1. Пшихопов В. Х. Позиционно–траекторное управление подвижными объектами. – Таганрог: Изд-во: ТТИ ЮФУ, 2009. С.14-18.

2. Пшихопов В.Х. , Федотов А.А. , Медведев М.Ю., Медведева Т.Н., Гуренко Б.В. Позиционно-траекторная система прямого адаптивного управления морскими подвижными объектами // Инженерный вестник Дона, 2014, №3 URL:ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2014/2496.

3. Бюшгенс Г. С., Студнев Р.В. Динамика полета. Пространственное движение. – М.: Машиностроение, 1983. С.15-17.

4. В.Х. Пшихопов, Б.В. Гуренко Разработка и исследование математической модели автономного надводного мини-корабля «Нептун» // Инженерный вестник Дона, 2013, №4 URL:ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2013/1918.

5. Бюшгенс Г. С., Студнев Р. В. Аэродинамика полета. Динамика продольного и бокового движения – М.: Машиностроение, 1979. С.29-31.
6. Дегтярь В. Г., Пегов В. И. Гидродинамика баллистических ракет подводных лодок. Монография – ФГУП «ГРЦ «КБ им. акад. В.П. Макеева», Миасс, 2004. С.92.
7. Краснов Н.Ф. Аэродинамика в 2-х ч., ч.1. М: “Высшая школа”, 1976, С.33-34.
8. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. Москва-Ленинград: Государственное издательство технико-теоретической литературы. 1950, С.502.
9. Справочник по теории корабля, в 3-х томах, т.2, 1968. С.297-298.

10. Pshikhopov, V.Kh., Medvedev, M.Yu., Gaiduk, A.R., Gurenko, B.V., Control system design for autonomous underwater vehicle, 2013, Proceedings - 2013 IEEE Latin American Robotics Symposium, LARS 2013, pp. 77-82, doi:10.1109/LARS.2013.61.
11. Pshikhopov V. Kh., Medvedev M. Y., and Gurenko B. V. Homing and Docking Autopilot Design for Autonomous Underwater Vehicle // Applied Mechanics and Materials Vols. 490-491 (2014). Pp. 700-707. Trans Tech Publications, Switzerland. doi:10.4028/www.scientific.net/AMM.490-491.700.
12. Гуренко Б.В. Федоренко Р.В., Назаркин А.А. Система управления автономного надводного мини-корабля. «Современные проблемы науки и образования», 2014. URL: science-education.ru/119-r14511.

References

1. Pshihopov V. H.Pozicionno–traektornoe upravlenie podvizhnymi ob#ektami [Position-trajectory of mobile units].Taganrog: Izd-vo: TTI JuFU, 2009. pp.14-18.
2. Pshihopov V.H., Fedotov A.A. , Medvedev M.Ju., Medvedeva T.N., Gurenko B.V. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2014, №3 URL:ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2014/2496.
3. Bjushgens G. S., Studnev R.V. Dinamika poleta. Prostranstvennoe dvizhenie [Flight Dynamics. Spatial movement]. M.: Mashinostroenie, 1983. PP.15-17.
4. V.H. Pshihopov, B.V. Gurenko Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2013, №4 URL:ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2013/1918.
5. Bjushgens G. S., Studnev R. V. Ajerodinamika poleta. Dinamika prodol'nogo i bokovogo dvizhenija [The aerodynamics of flight. Dynamics of the longitudinal and lateral movement]. M.: Mashinostroenie, 1979.PP.29-31.

6. Degtjar' V. G., Pegov V. I. Gidrodinamikaballisticheskihraketpodvodnyhlodok. Monografija [Hydrodynamics of ballistic missile submarines. Monograph]. FGUP «GRC «KB im. akad. V.P. Makeeva», Miass, 2004. P.92.
7. Krasnov N.F. Ajerodinamika v 2-h ch., ch.1 [Aerodynamics in 2 parts. Part 1]. M: "Vysshajashkola", 1976. PP.33-34.
8. Lojcjanskij L.G. Mehanikazhidkosti i gaza [Fluid Mechanics]. Moskva-Leningrad: Gosudarstvennoeizdatel'stvotehniko-teoreticheskojliteratury. 1950. P.502.
9. Spravochnikpoteoriikorablja, v 3-h tomah [Handbook of theory of the ship, in 3 volumes. Vol 2] 1968. PP.297-298.
10. Pshikhopov, V.Kh., Medvedev, M.Yu., Gaiduk, A.R., Gurenko, B.V., Control system design for autonomous underwater vehicle, 2013, Proceedings - 2013 IEEE Latin American Robotics Symposium, LARS 2013, pp. 77-82, doi:10.1109/LARS.2013.61.
11. Pshikhopov V. Kh., Medvedev M. Y., and Gurenko B. V. Homing and Docking Autopilot Design for Autonomous Underwater Vehicle. Applied Mechanics and Materials Vols. 490-491 (2014). Pp. 700-707. Trans Tech Publications, Switzerland. doi:10.4028/www.scientific.net/AMM.490-491.700.
12. Gurenko B.V. Fedorenko R.V., Nazarkin A.A. The control system of autonomous freeboard mini ship. «Sovremennyeproblemynauki i obrazovanija», 2014.URL: science-education.ru/119-r14511.