

Разработка математической модели БПЛА на базе квадрокоптера с рамой DJI F-450

В.С. Лазарев, А.А. Лащев

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Аннотация: В статье разрабатывается трехмерная математическая модель БПЛА на базе квадрокоптера как наиболее распространенного типа БПЛА на данный момент. Квадрокоптер базируется на раме DJI F-450. При разработке модели учитывались кинематические и динамические характеристики, тяга приводов и матрицы поворота в трехмерной системе координат.

Ключевые слова: квадрокоптер, БПЛА, модель кинематики, модель динамики, трехмерная среда, DJI F-450, двигатель, матрицы поворота, тяга, подвижный объект.

1. Введение

История применения БПЛА насчитывает более полувека. На сегодняшний день актуально использование беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) для решения широкого круга задач: как военных, так и гражданских [1]. Например, в задачах, связанных с групповым управлением подвижных объектов [2,3].

Но при том, что в нашей стране и мире разрабатывается и исследуется большое число различных видов БПЛА [4], обычно объектом исследования зарубежных [5-7] и отечественных [8, 9] ученых выступает квадрокоптер. Этому есть несколько причин. Одна из них – дешевизна в производстве по сравнению с другими типами БПЛА. Например, расчетная стоимость при массовом производстве может достигать 10 долларов за единицу [10]. В том числе и снижение стоимости малоразмерных БЛА при их массовом производстве делает экономически целесообразным их групповое применение. В работе [10] предложено выделять несколько этапов создания и применения БПЛА, первым из которых является разработка отдельных БПЛА. Создание таких систем невозможно без построения математических моделей каждого квадрокоптера.

2. Описание модели квадрокоптера и принятые допущения

Внешний вид квадрокоптера на базе рамы DJI F-450 представлен на рис. 1 а. Согласно рис.1 а, каждый двигатель создает тягу и момент вращения. Моменты двигателей 1 и 3, компенсируются моментами 2 и 4.

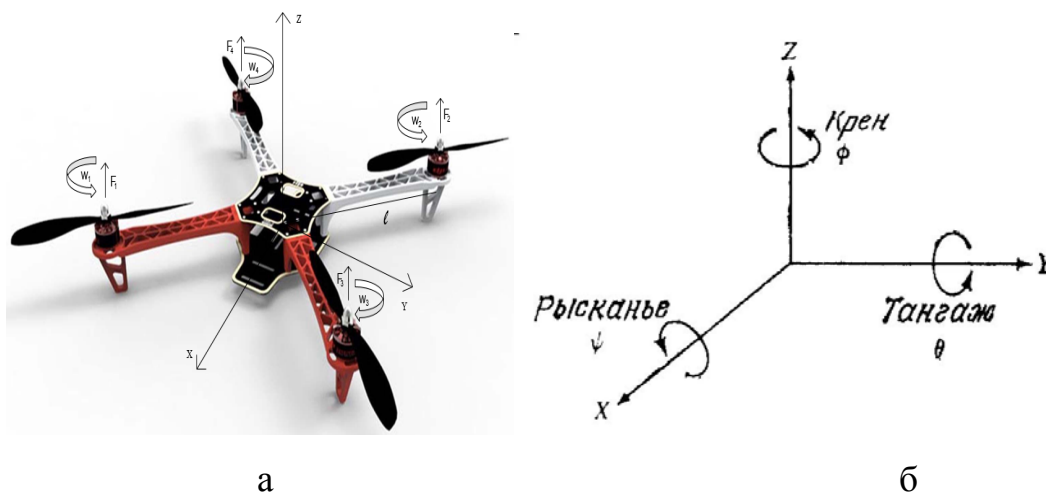


Рис. 1– Квадрокоптер: а) с системой координат, б) углы ориентации

Приняты следующие допущения: рама квадрокоптера и его винты абсолютно жесткие; каждый двигатель располагается на концах лучей рамы; тяга, создаваемая каждым винтом, перпендикулярна плоскости OXY .

На рис. 1 б приведено изображение инерциальной системы координат, относительно которой будет вращаться связанная система координат квадрокоптера. В ней использованы углы Эйлера из рис.2. Связь между двумя системами координат осуществляется с помощью матрицы [4]:

$$A(\phi, \theta, \psi) = \begin{bmatrix} c\psi \cdot c\theta & c\psi \cdot s\phi \cdot s\theta - s\psi \cdot c\phi & c\psi \cdot c\phi \cdot s\theta + s\psi \cdot s\phi \\ s\psi \cdot c\theta & s\phi \cdot s\psi \cdot s\theta + c\phi \cdot c\psi & s\psi \cdot c\phi \cdot s\theta - c\psi \cdot s\phi \\ -s\theta & s\phi \cdot c\theta & c\phi \cdot c\theta \end{bmatrix}, \quad (1)$$

Где \sin - s и \cos - c соответственно.

Двигатели 1-4 являются электроприводами постоянного тока.

Параметры двигателей: J_r – момент инерции вала; b – коэффициент вязкого

трения; K_e – коэффициент ЭДС; K_t – момент вращения двигателя; R – электрическое сопротивление цепи; L – индуктивность.

На основе 2-го закона Ньютона и закона напряжений Кирхгофа мы можем записать следующее матричное уравнение (2):

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega} \\ \frac{di}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -b & K_t \\ \frac{J_r}{J_r} & \frac{K_t}{J_r} \\ -K_e & R \\ \frac{J_r}{J_r} & \frac{K_t}{J_r} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \omega \\ i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ J_r \end{bmatrix} \cdot U \quad (2)$$

Находим тягу винтов квадрокоптера (3):

$$F = C_T \cdot \rho \cdot A (\omega \cdot R_{rad})^2, \quad (3)$$

где C_T – коэффициент тяги; ρ – плотность воздуха; A – площадь диска, который образует пропеллер; R_{rad} – радиус ротора.

3. Движение квадрокоптера в связанной системе координат

Уравнения кинематики(4) и динамики(5) в общем виде выглядят так:

$$\dot{y} = R(\phi, \theta, \psi) \cdot x \quad (4)$$

$$\dot{x} = M^{-1}(F_u + F_d + F_v) \quad (5)$$

где, $y = [P^T \quad \Theta^T]^T$ - вектор внешних, базовых, неподвижных, земных координат (положение робота), $x = [V^T \quad \omega^T]^T$ - вектор внутренних координат, F_u - вектор управляющих сил и моментов, F_d - вектор внешних сил и моментов, F_v - вектор гравитационных сил и моментов, M матрица массо-инерционных параметров. Раскроем модель кинематики (5), используя (1):

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_0 \\ \dot{y}_0 \\ \dot{z}_0 \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A(\phi, \theta, \psi) & 0 \\ 0 & A_w(\phi, \theta, \psi) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\text{Где, } A_w(\phi, \theta, \psi) = \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi \cdot \operatorname{tg} \theta & \cos \phi \cdot \operatorname{tg} \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \frac{\sin \phi}{\cos \theta} & \frac{\cos \phi}{\cos \theta} \end{bmatrix}$$

Раскроем модель динамики квадрокоптера (6):

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_x \\ \dot{V}_y \\ \dot{V}_z \\ \dot{\omega}_x \\ \dot{\omega}_y \\ \dot{\omega}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_y & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_z \end{bmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} -m(\omega_z V_y - \omega_y V_z) - c_x \rho s \frac{V^2}{2} \\ -m(\omega_x V_z - \omega_z V_x) + c_y \rho s \frac{V^2}{2} \\ -m(\omega_y V_x - \omega_x V_y) + c_z \rho s \frac{V^2}{2} \\ -(J_z - J_y) \omega_y \omega_z + m_x \rho s \frac{V^2}{2} \\ -(J_x - J_z) \omega_x \omega_z + m_y \rho s \frac{V^2}{2} \\ -(J_y - J_x) \omega_x \omega_y + m_z \rho s \frac{V^2}{2} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} P_{ix} \\ P_{iy} \\ P_{iz} \\ N_{ix} \\ N_{iy} \\ N_{iz} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sin(\vartheta) \\ -\cos(\vartheta) \sin(\phi) \\ -\cos(\vartheta) \cos(\phi) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} mg \quad (6)$$

Тогда управляющие силы и моменты будут равны (7) и (8).

$$P = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ C_T \cdot \rho \cdot AR_{rad}^2 (\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2) \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$N_P = \begin{bmatrix} C_T \cdot \rho \cdot AR_{rad}^2 l \cos(\varphi_k) (\omega_3^2 - \omega_4^2 + \omega_2^2 - \omega_1^2) \\ C_T \cdot \rho \cdot AR_{rad}^2 l \sin(\varphi_k) (\omega_2^2 - \omega_1^2 + \omega_4^2 - \omega_3^2) \\ b(-\omega_1^2 + \omega_2^2 - \omega_3^2 + \omega_4^2) \end{bmatrix} \quad (8)$$

4. Заключение

В статье разработана трехмерная математическая модель БПЛА на базе квадрокоптера, с рамой DJI F-450 при некоторых допущениях. Для описания движения квадрокоптера в пространстве использовались 2 системы координат. При этом учитывались: кинематика и динамика движения; силы и моменты, действующие на БПЛА. Приведена математическая модель двигателей (электроприводов постоянного тока) 1-4. Разработанная математическая модель будет использована при разработке систем группового управления движением БПЛА.



Благодарности

*Работа выполнена при поддержке проекта НИР СП-4658.2018.5
(Конкурс СП-2018).*

Литература

1. Кульченко А.Е. Структурно-алгоритмическая организация автопилота работа-вертолета // Инженерный вестник Дона, 2011, №1 URL: <http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2011/330/>.
2. Белоглазов Д.А., Гайдук А.Р., Косенко Е.Ю., Медведев М.Ю., Пшихопов В.Х., Соловьев В.В., Титов А.Е., Финаев В.И., Шаповалов И.О. Групповое управление подвижными объектами в неопределенных средах. М.: Физматлит, 2015. 304 с.
3. Иванов Д.Я. Пространственные формации в группах беспилотных летательных аппаратов // Материалы конференции «Управление в технических, эргатических, организационных и сетевых системах» (УТЭОСС-2012). СПб.: ГНЦ РФ ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2012. С. 1226-1229.
4. Кульченко А.Е., Лазарев В.С., Медведев М.Ю. Метод управления движением гексакоптера в трехмерной среде с препятствиями на базе динамических отталкивающих сил // Инженерный вестник Дона, 2016, №4 (43) URL: <http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2016/3828>.
5. Madani T., Benallegue A. Backstepping control for a quadrotor helicopter // Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2006. pp. 3255-3260.
6. Castillo P., Dzul A., Lozano R. Real-time stabilization and tracking of a four-rotor mini rotorcraft// IEEE Transactions on Control Systems Technology. – 2004. № 12 (4). pp. 510-516.

7. Gong X., Hou Z.-C., Zhao C.-J., Bai Y., Tian Y.-T. Adaptive Backstepping Mode Trajectory Tracking Control for a Quad-rotor // International Journal of Automation and Computing, 2012. № 9 (5). pp. 555-560.

8. Огольцов И.И., Рожнин Н.Б., Шеваль В.В. Математическая модель квадрокоптера аэромобильного лидара // Известия ТулГУ. Технические науки. 2012. № 1. С. 47-55.

9. Петраневский И.В., Борисов О.И., Громов В.С., Пыркин А.А. Управление квадрокоптером с компенсацией ветровых возмущений // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2015. №6 С. 1045-1053.

10. Соколов В.Б., Теряев Е.Д. Беспилотные летательные аппараты: некоторые вопросы развития и применения (обзор по материалам публикаций в Интернете) // Мехатроника. Автоматизация. Управление. 2008. № 2. С. 12–23.

References

1. Kulchenko A.E. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2011, №1. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2011/330/.

2. Beloglazov D.A., Gajduk A.R., Kosenko E.Ju., Medvedev M.Ju., Pshihopov V.Kh., Solovjev V.V., Titov A.E., Finaev V.I., Shapovalov I.O. Gruppovoe upravlenie podvizhnymi objektami v neopredelennyh sredah [Vehicles group control in uncertain environments]. M.: Fizmatlit, 2015. 304 p.

3. Ivanov D.Ya. Materialy konferentsii «Upravleniye v tekhnicheskikh, ergaticheskikh, organizatsionnykh i setevykh sistemakh» (UTEOSS-2012). [Proc. Symp. Management in technical, ergatic, organizational and network systems - 2012]. Saint-Petersburg, 2012. pp. 1226-1229

4. Kulchenko A.E., Lazarev V.S., Medvedev M.Yu. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2016, №4. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2016/3828.



5. Madani T., Benallegue A. RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2006. pp. 3255-3260.
6. Castillo P., Dzul A., Lozano R. IEEE Transactions on Control Systems Technology. 2004. № 12 (4). pp. 510-516.
7. Gong X., Hou Z.-C., Zhao C.-J., Bai Y., Tian Y.-T. International Journal of Automation and Computing. 2012. № 9 (5). pp. 555-560.
8. Ogolcov I.I., Rozhnin N.B., Sheval V.V. Izvestija TulGU. Tehnicheskie nauki. 2012. № 1. pp. 47-55.
9. Petranevskij I.V., Borisov O.I., Gromov V.S., Pyrkin A.A. Nauchno-tehnicheskij vestnik informacionnyh tehnologij, mehaniki i optiki. 2015. №6 pp.1045-1053.
10. Sokolov V.B., Teryayev Ye.D. Mekhatronika. Avtomatizatsiya. Upravleniye. 2008. № 2. pp. 12-23..