

Исследование зависимостей критического состояния цилиндрических сетчатых оболочек

А.И. Сиянов, Д.К. Ярошевич

Лысьвенский филиал «Пермский национальный исследовательский политехнический университет», г. Лысьва

Аннотация: Использование сплошного аналога и привлечение соответствующей теории устойчивости позволило выполнить математическое моделирование и определить параметры критического состояния цилиндрических сетчатых оболочек в зависимости от геометрических характеристик и количества полуволн формы потери устойчивости. Определены величины критической нагрузки цилиндрических сетчатых оболочек с учетом геометрических и силовых факторов. По результатам расчетов выявлены и проанализированы закономерности изменения количества полуволн формы потери устойчивости и получения минимальной величины критической нагрузки при условии максимального приближения изгибной и мембранной жесткостей. Показан числовой пример, в котором определены величины критической нагрузки и жесткости с учетом возможных форм потери устойчивости. Установлены и проанализированы закономерности изменения указанных показателей для заданного числа полуволн.

Ключевые слова: цилиндрические сетчатые оболочки, математическое моделирование, критическая нагрузка, устойчивость, жесткость, число полуволн.

Введение

В практике проектирования сетчатых оболочек широко используются приближенные методы расчета, построенные на итерационных процедурах и результатах экспериментальных испытаний сплошных конструкций [1].

Полученные решения распространяются на сетчатые оболочки произвольной геометрии и имеют единый подход к определению величины критической нагрузки [2]. Однако устойчивость оболочек напрямую зависит от формы конструкций и определяется уязвимостью от действия приложенных эксплуатационных нагрузок [3].

По результатам тестирования известных методик расчета зафиксированы неучтенные факторы и значительные резервы несущей способности [4]. Особенно для цилиндрических сетчатых оболочек [5, 6], которые отмечаются различными схемами изменения геометрии и наименьшими параметрами устойчивости [7, 8].

Поэтому в статье в рамках использования сплошного аналога круговой многоэлементной системы создана математическая модель определения критической нагрузки цилиндрических сетчатых оболочек и рассмотрен конкретный числовой пример расчета конструкции.

Основные обозначения

В соответствии с теорией тонких сплошных цилиндрических оболочек [9] форма поверхности описывается радиусом кривизны R и толщиной h . Положение каждой точки определяют координаты x и y , соответственно вдоль образующей цилиндра и по направлению дуги окружности. Перемещения указываются в виде прогибов w . Отклонения точек срединной поверхности вдоль внешней нормали считаются положительными при условии направления к центру кривизны. Материал учитывается модулем упругости E . Изгибная цилиндрическая жесткость и докритическое напряжение соответствуют физическим параметрам D и p_y . Нагрузка q равномерно распределяется по срединной поверхности и действует радиально вдоль внешней нормали.

Переход от сплошного аналога

Запишем уравнение устойчивости тонких сплошных цилиндрических оболочек согласно монографии А.С. Вольмира [10]

$$\frac{D}{h} \nabla^8 w + \frac{E}{R^2} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + p_y \nabla^4 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = 0. \quad (1)$$

С учетом действия равномерно распределенной нагрузки получим напряжение, которое возникает в поперечном сечении конструкции:

$$p_y = qR/h, \quad (2)$$

Выполнив преобразования (1) с учетом выражения силового параметра (2), будем иметь:

$$D \nabla^8 w + \frac{Eh}{R^2} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + qR \nabla^4 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = 0. \quad (3)$$

Видно, что полученное уравнение (3) содержит две жесткости (изгибную D и осевую Eh).

Допустим, что сплошная оболочка имеет сетчатую поверхность с квадратными ячейками заданного размера a .

Необходимую жесткость в двух направлениях обеспечим диагональными элементами, разделяющими ячейки на части, в связи с чем введем коэффициент заполнения сетки s .

Жесткости сплошной конструкции распишем в виде эквивалентных соотношений с учетом размера ячейки a :

$$D \sim \frac{EIs}{a}; \quad Eh \sim \frac{EAs}{a}, \quad (4)$$

где I , A – момент инерции и площадь поперечного сечения элементов сетчатой конструкции соответственно, которые с модулем упругости E образуют изгибную EI и мембранную EA жесткости элементов.

Путем введения полученных соотношений (4) в преобразованное уравнение устойчивости (3), найдем:

$$\frac{EIs}{a} \nabla^8 w + \frac{EAs}{aR^2} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + qR \nabla^4 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = 0. \quad (5)$$

Граничные условия на контуре с учетом шарнирного крепления оболочки представим в виде:

$$\begin{cases} w|_{x=0} = w|_{x=L} = 0; & \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \Big|_{x=0} = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \Big|_{x=L} = 0; \\ w|_{y=0} = w|_{y=\alpha R} = 0; & \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \Big|_{y=0} = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \Big|_{y=\alpha R} = 0, \end{cases} \quad (6)$$

где L – длина конструкции вдоль образующей; αR – длина дуги.

Форму потери устойчивости оболочки с учетом предложенных условий (6) зададим прогибом:

$$w = f \sin \frac{m\pi x}{L} \sin \frac{n\pi y}{\alpha R}, \quad (7)$$

где m , n – количество полуволн поверхности вдоль образующей и по

направлению дуги окружности соответственно.

В результате записи бигармонического оператора через производные с прогибом w и подстановки формы потери устойчивости, получим:

$$q = \frac{EAs}{aR} \left[\frac{I}{A} \left(\frac{m^2 \pi \alpha R}{nL^2} + \frac{n\pi}{\alpha R} \right)^2 + \frac{(\alpha R)^2}{R^2 n^2 \pi^2} \frac{1}{\left(1 + \frac{n^2 L^2}{m^2 (\alpha R)^2} \right)^2} \right]. \quad (8)$$

Данное выражение позволяет определять критическую нагрузку с изменением формы вдоль дуги, поскольку вдоль образующей изменений формы не происходит, и всегда имеем одну полуволну ($m = 1$).

Анализируя выражение (8) отметим, что на величину критической нагрузки огромное влияние оказывает длина L . С ее ростом величина критической нагрузки и число полуволн n снижается до такого уровня, при котором уже возможна потеря устойчивости. В таком случае происходит максимальное приближение значений изгибной EI и мембранной EA жесткостей.

Пример исследования зависимостей

Продемонстрируем работу математической модели на конкретном числовом примере.

Зададим геометрические параметры цилиндрической сетчатой оболочки:

$L = 30$ м, $\alpha R = 30$ м – габаритные размеры конструкции вдоль образующей и по направлению дуги окружности соответственно;

$R = 20$ м – радиус кривизны оболочки;

$a = 3,01$ м – размер квадратной ячейки;

$s = 1,5$ – коэффициент заполнения сетки;

$I = 200 \cdot 10^{-8}$ м⁴, $A = 18 \cdot 10^{-4}$ м² – момент инерции и площадь поперечного сечения элементов сетчатой конструкции соответственно.

Элементам задан трубчатый профиль. В качестве материала выбрана

сталь с модулем упругости $E = 2,06 \cdot 10^8$ кН/м².

Исследования выполнены с несколькими значениями параметра n , который определял количество полувогн по направлению дуги.

Величины критической нагрузки q , изгибные EI и мембранные EA жесткости определены с учетом возможных форм потери устойчивости.

На основании использования математической модели (8) построен график на рис. 1, который показывает, что наименьшее значение величины критической нагрузки q будет с учетом задания четырех полувогн n по направлению дуги. Путем сравнения графиков, представленных на рис. 2, 3 установлена противоположная закономерность изменения изгибных EI и мембранных EA жесткостей с увеличением возможного количества полувогн n формы потери устойчивости.

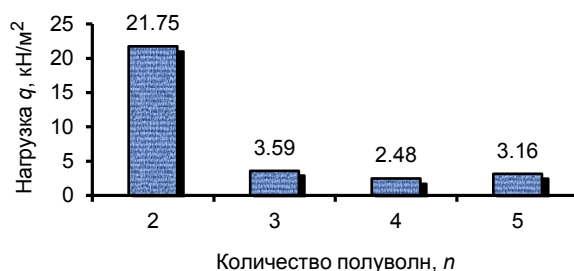


Рис. 1. Величина критической нагрузки q в зависимости от количества полувогн n формы потери устойчивости

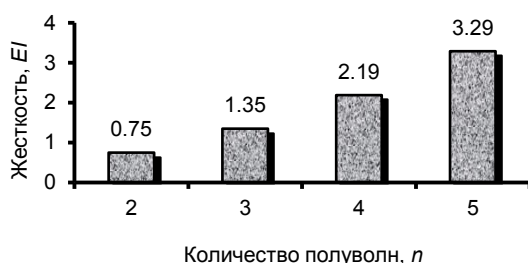


Рис. 2. Жесткость EI в зависимости от количества полувогн n формы потери устойчивости

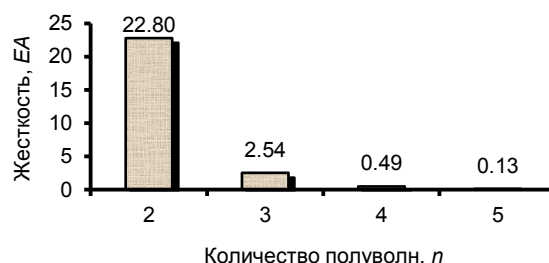


Рис. 3. Жесткость EA в зависимости от количества полувогн n формы потери устойчивости

Примечание: значения жесткостей увеличены в 10^4 раз

Выводы

1. Использование сплошного аналога и привлечение соответствующей теории устойчивости позволило выполнить математическое моделирование и определить параметры критического состояния цилиндрических сетчатых оболочек в зависимости от геометрических характеристик и количества полуволн n формы потери устойчивости.

2. Определены величины критической нагрузки цилиндрических сетчатых оболочек с учетом геометрических и силовых факторов. По результатам расчетов выявлены и проанализированы закономерности изменения количества полуволн n формы потери устойчивости и получения минимальной величины критической нагрузки q при условии максимального приближения изгибной EI и мембранной EA жесткостей.

3. Приведен числовой пример, в котором определены величины критической нагрузки q и жесткости EI и EA с учетом возможных форм потери устойчивости. Установлены и проанализированы закономерности изменения указанных показателей для заданного параметра n .

Литература

1. Лебедев В.А., Лубо Л.Н. Сетчатые оболочки в гражданском строительстве на севере. Л.: Стройиздат, Ленингр. отд-ние, 1982. 136 с.
2. Лубо Л.Н. Руководство по проектированию и расчету покрытий нового типа – сетчатых оболочек. Л.: ЛенЗНИИЭП, 1971. 63 с.
3. Рюле Г. Пространственные покрытия (конструкции и методы возведения). Том 2. М.: Стройиздат, 1974. 247 с.
4. Siyanov A.I., Rynkovskaya M.I., Abu Mahadi M.I., Mathieu G.O. Improving the performance parameters of metal cylindrical grid shell structures // Journal of Fundamental and Applied Sciences. 2017. №7S. pp. 365-376.

5. Сиянов А.И., Ярошевич Д.К. Обоснование методологии расчета цилиндрической сетчатой оболочки // Инженерный вестник Дона, 2021, №12. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n12y2021/7319.

6. Xiong Z., Zhu S., Zou X., Guo S., Qiu Y., Li L. Elasto-plastic buckling behaviour of aluminium alloy single-layer cylindrical reticulated shells with gusset joints // Engineering Structures. 2021. Vol. 242. pp. 112562.

7. Zhou H., Zhang Y., Fu F., Wu J. Collapse mechanism of single-layer cylindrical latticed shell under severe earthquake // Materials. 2020. Vol. 13 (11). URL: preprints.org/manuscript/202005.0012/v1.

8. Сиянов А.И. Исследование цилиндрической сетчатой оболочки с повышенной жесткостью опорных ребер // Инженерный вестник Дона, 2019, №9. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n9y2019/6166.

9. Власов В.З. Общая теория оболочек и ее приложение в технике. М.; Л.: Гостехиздат, 1949. 784 с.

10. Вольмир А.С. Устойчивость деформируемых систем. М.: Наука, 1967. 984 с.

References

1. Lebedev V.A., Lubo L.N. Setchatye obolochki v grazhdanskom stroitel'stve na severe. L.: Stroyizdat, Leningr. otd-nie [Mesh shells in civil engineering in the north], 1982. 136 p.

2. Lubo L.N. Rukovodstvo po proektirovaniyu i raschetu pokrytiy novogo tipa – setchatykh obolochek [Guidelines for the design and calculation of roofs of a new type of mesh shells]. L.: LenZNIIEHP, 1971. 63 p.

3. Ryule G. Prostranstvennye pokrytiya (konstruktsii i metody vozvedeniya) [Spatial roofs (structures and methods of construction)]. Tom 2. М.: Stroyizdat, 1974. 247 p.



4. Siyanov A.I., Rynkovskaya M.I., Abu Mahadi M.I., Mathieu G.O. Journal of Fundamental and Applied Sciences. 2017. №7S. pp. 365-376.
5. Siyanov A.I., Yaroshevich D.K. Inzhenernyj vestnik Dona, 2021, №12 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n12y2021/7319.
6. Xiong Z., Zhu S., Zou X., Guo S., Qiu Y., Li L. Engineering Structures. 2021. Vol. 242. pp. 112562.
7. Zhou H., Zhang Y., Fu F., Wu J. Materials. 2020. Volume. 13 (11) URL: preprints.org/manuscript/202005.0012/v1.
8. Siyanov A.I. Inzhenernyj vestnik Dona, 2019, №9. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n9y2019/6166.
9. Vlasov V.Z. Obshchaya teoriya obolochek i ee prilozhenie v tekhnike [The general theory of shells and its application in engineering]. M.; L.: Gostekhizdat, 1949. 784 p.
10. Vol'mir A.S. Ustoychivost' deformiruemykh sistem [Stability of deformable systems]. M.: Nauka, 1967. 984 p.

Дата поступления: 17.06.2024

Дата публикации: 22.07.2024