Моделирование естественного развития междугородних транспортных сетей

А.В. Мартыненко

Уральский государственный университет путей сообщения, г. Екатеринбург
Институт экономики УрО РАН, г. Екатеринбург

Аннотация: Конфигурация транспортной сети имеет большое значение для эффективного функционирования транспортной системы. От нее существенно зависит стоимость перевозок и их надежность. Строительство каждого отдельного элемента сети является реализацией вполне конкретного решения, однако в общем развитии сети в значительной степени проявляются внутренние закономерности. Одним из подходов к изучению таких закономерностей является моделирование естественного развития транспортной сети. В настоящей работе предлагается формализация различных подходов к моделированию естественного развития сетей и выявляются строгие взаимосвязи между рассматриваемыми подходами.
Ключевые слова: транспортная сеть, моделирование, динамическая модель, стационарная модель, конфигурация транспортной сети, топология транспортной сети.

Развитие транспортной сети происходит в результате строительства (демонтажа) отдельных ее элементов. Структуры, осуществляющие управление этим процессом, имеют высокую степень централизации, и их деятельность протекает в рамках реализации конкретных планов. Однако развитие транспортных сетей далеко не всегда соответствует разработанным планам [1] и, как правило, реальные сети существенно отличаются от оптимальных [2]. Это является следствием того, что развитие сети происходит на протяжении значительного по протяженности промежутка времени (десятилетия и столетия) под действием большого количества различных факторов. Изменчивость и сложность прогнозирования этих факторов делает практически невозможным устойчивое долговременное планирование развития сети, что приводит к постоянной корректировке и обновлению планов развития. Поэтому транспортную сеть можно рассматривать как квазиестественный объект, т.е. исключить из рассмотрения изучение механизмов, связанных с планированием и управлением, и непосредственно исследовать влияние внешних и внутренних факторов на развитие сети [3].

Изучение факторов, оказывающих значимое влияние на транспортные сети, осуществлялось многими авторами. В частности, в классической работе [4] был предложен подход, основанный на изучении корреляции между числовыми характеристиками сети и показателями развития территории. Среди более современных и ориентированных на решение практических задач можно указать статью [5].

Другой подход к исследованию транспортных сетей заключается в использовании моделирования, которое может применяться для создания моделей сетей, удовлетворяющих некоторым заданным условиям оптимальности (см. [2, 6, 7] и цитируемую там литературу). Моделирование также может использоваться для исследования естественного развития сети. Исследования в этом направлении стали появляться относительно недавно. Причем такое моделирование используется как для внутригородских транспортных сетей [8], так и для междугородних [9], а также для анализа различных специфических ситуаций, связанных с экстремальными нагрузками на транспортную сеть [10]. Достаточно детальную информацию о моделировании транспортных сетей можно найти в обзорной статье [11].

Основная цель настоящей статьи – предложить формализацию различных подходов к моделированию естественного развития транспортных сетей и установить связь между ними.

Процесс развития междугородной транспортной сети некого региона можно представить следующим образом. В начальный момент времени на территории рассматриваемого региона расположены населенные пункты (будем их называть городами), соединенные транспортной сетью. Транспортную сеть естественно рассматривать как граф, ребрами которого являются дороги. Вершинами в таком графе будут не только города, но также пересечения и примыкания дорог, которые мы будем называть перекрестками. С течением времени в сети появляются новые ребра, соединяющие существующие вершины, а также могут появляться новые вершины (как перекрестки, так и города). При этом естественно происходит изменение городов, а также глобальные экономические и технологические изменения, относящиеся ко всему региону. Такие изменения приводят к изменению объемов перевозок и, тем самым, оказывают влияние на развитие транспортной сети. Все перечисленные изменения транспортной сети, городов, экономики и технологий взаимосвязаны. Например, рост населения городов и экономики приводит к росту объемов транспортных перевозок, что оказывает стимулирующее влияние на развитие транспортной сети. Причем, верно и обратное: развитие транспортной инфраструктуры стимулирует экономический рост.

Далее мы будем обсуждать модели транспортной сети, имеющие следующие упрощения:

– количество городов на рассматриваемой территории не меняется с течением времени и равно n;

– соединяющая их транспортная сеть не содержит перекрестков;

– дорога соединяет два города по кратчайшему пути.

Будем предполагать, что любой город однозначно описывается k числовыми характеристиками. Такими характеристиками могут выступать численность населения, валовой продукт, объем промышленного производства и т.п. Также характеристиками города являются его географические координаты. Пронумеруем все города и их характеристики натуральными числами от 1 до n и от 1 до k соответственно (для определенности будем считать, что географические координаты города имеют номера 1 и 2). Обозначим значение j-ой характеристики для i-го города в момент времени t через $s_{ij}(t)$ и пусть $S(t) = \{s_{ij}(t)\}_{i,j=1}^{n,k}$.

Каждую дорогу транспортной сети будем задавать координатами ее начала и конца, а также ее пропускной способностью $g_{ij}(t)$. Таким образом, если дорога соединяет города i и j, то она однозначно задается величинами $s_{i1}, s_{i2}, s_{j1}, s_{j2}, g_{ij}(t)$. Для единообразия записи будем считать, что $g_{ij}(t)$ определен для всех пар городов i и j: если между этими городами дороги нет или i=j, то полагаем $g_{ij}(t) = 0$. Обозначим $G(t) = \{g_{ij}(t)\}_{i,j=1}^{n}$.

Пусть $D(t) = \{d_1(t), d_2(t), \dots, d_m(t)\}$ – вектор экономических и технологических макропараметров (например, стоимость строительства одного километра дороги, транспортный тариф и т.п.)

Будем предполагать, что изменение всех введенных выше величин происходит дискретно в моменты времени T={0, 1, 2, 3, …, t,…}. Также будем считать, что вектор макропараметров D(t) является экзогенной переменной. Далее мы рассмотрим два возможных подхода к моделированию сети и выясним, как они связаны между собой.

Первый подход основывается на предположении, что транспортная сеть в момент времени t полностью определяется характеристиками городов, значениями макропараметров и транспортной сетью в момент времени t-1. Если при этом предполагать экзогенность S(t), то модель транспортной сети имеет вид:

$$\begin{cases} G(0) = G_0, \\ G(t+1) = \Psi(S(t), D(t), G(t)), \end{cases} \qquad (1)$$

где G_0 – транспортная сеть в начальный момент времени. Если исходить из более естественного предположения, что сеть значимо влияет на развитие городов, то получаем модель:

$$\begin{cases} G(0) = G_0, \\ G(t+1) = \Psi_G(S(t), D(t), G(t)), \\ S(0) = S_0, \\ S(t+1) = \Psi_S(S(t), D(t), G(t)), \end{cases} \qquad (2)$$

где S_0 – значения характеристик городов в начальный момент времени.

Второй подход основан на предположении, что транспортная сеть в любой момент времени полностью определяется характеристиками городов и значениями макропараметров в некоторый предыдущий момент времени. Если при этом предполагать экзогенность S(t) и D(t), то соответствующая модель транспортной сети имеет вид:

$$G(\tau(t)) = \Gamma(S(t), D(t)), \qquad (3)$$

где $\tau(t) = t + \tau_0$, $\tau_0 \in T$.

Если во втором подходе не предполагать экзогенность S(t), то приходим к модели:

$$\begin{cases} G(\tau(t)) = \Lambda_G(S(t), D(t)), \\ S(\theta(t)) = \Lambda_S(S(t), D(t), G(t)), \end{cases} \qquad (4)$$

где $\theta(t) = t + \theta_0$, $\theta_0 \in T$.

Множество всех возможных значений S(t), D(t) и G(t) обозначим через $\Omega_S \subset \mathbb{R}^{nk}$, $\Omega_D \subset \mathbb{R}^{m}$ и $\Omega_G \subset \mathbb{R}^{nn}$, соответственно. Установим связь между отображениями Ф и Г, для чего введем определения:

Определение 1. *Стационарной точкой отображения Ф для* $S \in \Omega_S$ *и* $D \in \Omega_D$ *будем называть такую сеть* $G_{\text{ст}} \in \Omega_G$*, что*

$$\Phi(S, D, G_{\text{ст}}) = G_{\text{ст}}.$$

Предложение 1. *Пусть заданы отображения* $\Phi: \Omega_S \times \Omega_D \times \Omega_G \to \Omega_G$ *и* $\Gamma: \Omega_S \times \Omega_D \to \Omega_G$. *Пусть для любых* $S(t) \in \Omega_S$, $D(t) \in \Omega_D$ *и* $G_0 \in \Omega_G$ *найдется* $\tau_0 \in T$ *такое, что определяемая соотношениями (1) сеть G(t) удовлетворяет соотношению (3) при всех значениях* $t \in T$. *Тогда каковы бы ни были* $S^* \in \Omega_S$ *и* $D^* \in \Omega_D$, *сеть* $G^* = \Gamma(S^*, D^*)$ *является стационарной точкой отображения Ф для* $S^* \in \Omega_S$ *и* $D^* \in \Omega_D$.

Доказательство. Положим $G_0 = G^*$, $S(t) = S^*$, $D(t) = D^*$ для всех значений t и рассмотрим сеть G(t), удовлетворяющую (1). Согласно условию, такая сеть G(t) удовлетворяет соотношению (3), значит,

$$\forall t \in T \quad G(t + \tau_0) = \Gamma\big(S(t), D(t)\big) = \Gamma(S^*, D^*) = G^*.$$

В частности, $G(\tau_0) = G^*$ и $G(1 + \tau_0) = G^*$, а поскольку эти сети удовлетворяют (1), то

$$G^* = G(1 + \tau_0) = \Phi\big(S(\tau_0), D(\tau_0), G(\tau_0)\big) = \Phi(S^*, D^*, G^*).$$

Следовательно, сеть G^* является стационарной точкой отображения Ф для S^* и D^*. ■

Аналогичным образом можно ввести понятие стационарной точки для отображений Ψ_G и Ψ_S и показать, что утверждение, аналогичное предложению 1, будет справедливо для моделей (2) и (4).

Таким образом, установлено, что между различными подходами к моделированию естественного развития сети существует тесная связь.

Статья подготовлена в соответствии с Планом НИР ИЭ УрО РАН.

Литература

1. Zhang L., Levinson D. A model of the rise and fall of roads // Journal of Transport and Land Use. 2017. №1. pp. 337–356.

2. Barthelemy M. Spatial networks // Physics Reports-review Section of Physics Letters. 2011. № 1. pp. 1–101.

3. Тархов С.А. Эволюционная морфология транспортных сетей. Смоленск: Универсум, 2006. 386 с.

4. Kansky K. Structure of transportation networks: relationships between network geometry and regional characteristics. Chicago: University of Chicago Press, 1969. 168 с.

5. Криволапова О.Ю. Анализ эффективности проектов совершенствования транспортной сети // Инженерный вестник Дона, 2012, №2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2012/830

6. Cancho R.F., Sole R.V. Optimization in complex networks // Lecture Notes in Physics. 2001. V. 625. pp. 114–125.

7. Brede M. Coordinated and uncoordinated optimization of networks. Physics Revue ser. E. 2010. V. 81. pp. 101–105.

8. Xie F., Levinson D. Topological evolution of surface transportation networks // Computers Environment and Urban Systems. 2009. V. 33. pp. 211–223.

9. Зырянов В.В. Моделирование при транспортном обслуживании мега-событий // Инженерный вестник Дона, 2011, №4. URL: ivdon.ru/magazine/archive/n4y2011/709

10. Малинецкий Г.Г., Степанцов М.Е. Дискретная математическая модель динамического развития транспортной сети // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2009. № 9. С.1565–1570.

11. Ducruet C., Lugo I. Structure and dynamics of transportation networks: models, methods and applications. The SAGE Handbook of Transport Studies. 2013. pp. 347–364.

References

1. Zhang L., Levinson D. Journal of Transport and Land Use. 2017. №1. pp. 337–356.

2. Barthelemy M. Physics Reports-review Section of Physics Letters. 2011. № 1. pp. 1–101.

3. Tarhov S.A. Jevoljucionnaja morfologija transportnyh setej [Evolutionary morphology of transport networks]. Smolensk: Universum, 2006. 386 p.

4. Kansky K. Structure of transportation networks: relationships between network geometry and regional characteristics. Chicago: University of Chicago Press, 1969. 168 p.

5. Krivolapova O.Ju. Inzenernyj vestnik Dona, 2012, №2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2012/830

6. Cancho R.F., Sole R.V. Lecture Notes in Physics. 2001. V. 625. pp. 114–125.

7. Brede M. Coordinated and uncoordinated optimization of networks. Physics Revue ser. E. 2010. V. 81. pp. 101–105.

8. Xie F., LevinsonD. Computers Environment and Urban Systems. 2009. V. 33. pp. 211–223.

9. Zyryanov V.V. Inzenernyj vestnik Dona, 2011, №4. URL: ivdon.ru/magazine/archive/n4y2011/709.

10. Malineckiy G.G., Stepancov M.E. J. vychisl. matem. i matem. fiz. 2009. № 9. pp.1565–1570.

11. Ducruet C., Lugo I. Structure and dynamics of transportation networks: models, methods and applications. The SAGE Handbook of Transport Studies. 2013. pp. 347–364.