

Управление ограниченно неопределенными по состоянию и управлению нелинейными объектами

В.С. Елсуков, В.И. Лачин, О.Ю. Демидов

*Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ)
имени М.И. Платова, г. Новочеркасск*

Аннотация: Предложен метод структурно-параметрического синтеза законов управления нелинейными объектами n -го порядка с функциональной неопределенностью по состоянию и управлению. Причем объекты управления могут обладать неустойчивым состоянием равновесия, а их матрица выхода может содержать правые собственные значения. Алгоритм структурного синтеза предложенного метода основан на задании закона изменения производной n -й переменной состояния синтезируемой системы автоматического управления, применении операторно-параметрической обратной связи по вычисленному обратному значению неопределенного коэффициента усиления объекта управления, а также использовании наблюдателя переменных состояния и компенсирующей связи по отклонению вектора состояния синтезируемой и эталонной системы.

Ключевые слова: объект управления, неопределенность, нелинейность, закон управления, синтез.

Введение. В настоящее время известны различные методы синтеза законов управления для линейных и нелинейных неминимально-фазовых объектов [1-9]. Но известные методы не пригодны для синтеза законов управления неопределенными по состоянию и управлению нелинейными объектами. В работах [10-12] рассмотрены методы структурно-параметрического синтеза законов управления нелинейными объектами с произвольным относительным порядком и функциональной неопределенностью по состоянию.

В настоящей статье предлагается метод синтеза законов управления нелинейными объектами с функциональной неопределенностью по состоянию и управлению. Причем объекты управления могут иметь неустойчивое состояние равновесия и правые собственные значения матрицы выхода.

Постановка задачи. Допустимый класс объектов управления (ОУ) описывается математической моделью вида:

$$\dot{x}_i = \begin{cases} x_{i+1} & \text{при } i = \overline{1, n-1}; \\ b(t)u - \varphi(\mathbf{x}) & \text{при } i = n; \\ y = \mathbf{C}\mathbf{x}, \end{cases} \quad (1)$$

где $b(t)$, $\varphi(\mathbf{x})$ – неопределенные функции, которые подчинены следующим ограничениям:

$$b_0 \leq b(t) \leq b_1, \quad |db(t)/dt| \leq \gamma_1, \quad |\varphi(\mathbf{x})| \leq \varphi_0, \quad \left| \frac{\partial \varphi(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} \right| \leq \gamma_2; \quad (2)$$

u – управляющее воздействие; \mathbf{x} – вектор состояния, $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_n]^T$; y – выходная величина; \mathbf{C} – матрица выхода, $\mathbf{C} = [1, c_1, \dots, c_l]$, причем $n > l \geq 1$ и некоторые из коэффициентов c_i ($i = \overline{1, l}$) могут быть меньше нуля.

Необходимо осуществить синтез закона управления $u = u(y, g)$ объектом (1), чтобы движение синтезированной системы автоматического управления (САУ) было подчинено уравнению:

$$\left(1 + \sum_{i=1}^n \tau_i p^i \right) y = \left(1 + \sum_{i=1}^l c_i p^i \right) g, \quad (3)$$

где $y = \left(1 + \sum_{i=1}^l c_i p^i \right) x_1$, g – сигнал задания, $g = const$; τ_i ($i = \overline{1, n}$) – постоянные коэффициенты, подлежащие определению из дополнительных условий [10-12]:

$$I = \int_0^{\infty} [x_1(0) - x_1(t)] dt \rightarrow \min, \quad x_1(0) > 0; \quad (4)$$

$$|A(p)|_{p=j\omega} \geq 1, \quad (5)$$

где $A(p)$ – характеристический полином синтезированной линеаризованной системы.

Алгоритм решения. Уравнением движения САУ (3) по сути, задается закон изменения производной n -й переменной состояния:

$$\dot{x}_{nT} = x_{1T}^{(n)} = \frac{1}{\tau_n} \left\{ g - \left(1 + \sum_{i=1}^{n-1} \tau_i p^i \right) x_1 \right\}. \quad (6)$$

Если учесть ограничения (2), то при подстановке выражения для производной \dot{x}_{nT} в уравнение ОУ (1) искомый закон управления можно представить в виде:

$$u = b^{-1}(t)(\dot{x}_{nT} + u_k), \quad (7)$$

где u_k – составляющая управления, которая служит для компенсации функции $\varphi(\mathbf{x})$.

Для реализации закона (7) можно принять следующие допущения. В силу ограничений (2), во-первых, полагаем, что путем применения достаточно быстродействующего наблюдателя оценки переменных состояния x_i ($i = \overline{1, n}$) ОУ (1) могут быть получены без учета его внутренних обратных связей. Во-вторых, для формирования компоненты управления $b^{-1}(t)$ можно применить операторно-параметрическую обратную связь с соответствующим вычислителем оценки текущего значения обратного коэффициента усиления ОУ $\hat{b}^{-1}(t)$. В-третьих, составляющую управления u_k можно сформировать с помощью компенсирующей связи по отклонению вектора состояния синтезируемой и эталонной САУ.

В силу принятых допущений, на основании соотношений (6), (7) и вырожденных уравнений ОУ (1) можно найти передаточную функцию синтезируемой алгоритмически линеаризованной САУ по сигналу задания относительно агрегированной переменной $x_A = x_1 + \sum_{i=1}^{n-1} \tau_i x_{i+1}$:

$$\Phi(p) = \left(\sum_{i=1}^{n-1} \tau_i p^i + 1 \right) / \left(\tau_n (\sigma p + 1) p^n + \sum_{i=1}^{n-1} \tau_i p^i + 1 \right), \quad (8)$$

где аperiodическим звеном с постоянной времени σ учитывается инерционность наблюдателя переменных состояния ОУ.

И для синтеза закона управления объектом (1) можно предложить следующий алгоритм.

1. Определить оценку текущего значения обратного коэффициента усиления ОУ с помощью следующего вычислителя:

$$\hat{b}^{-1}(t) = \frac{1}{\mu_1 p} \left\{ |\Phi_1(p)u| - \hat{b}^{-1}(t) |\Phi_2(p)y| \right\}, \quad (9)$$

где $\mu_1 \leq \sigma/5$; $\Phi_1(p)$, $\Phi_2(p)$ – передаточные функции дифференциальных дифференцирующих фильтров,

$$\Phi_1(p) = \frac{\mu_1 (1 + \sum_{i=1}^l c_i p^i)}{(1 + \mu_1 p)^n} - \frac{\mu_1 (1 + \sum_{i=1}^l c_i p^i)}{(1 + 5\mu_1 p)^n};$$
$$\Phi_2(p) = \frac{\mu_1 p^n}{(1 + \mu_1 p)^n} - \frac{\mu_1 p^n}{(1 + 5\mu_1 p)^n}$$

2. Сформировать компенсирующую составляющую управления с помощью соответствующей компенсирующей связи

$$u_k = \frac{k}{\tau_n} \left(\Phi_{\vartheta}(p)g - \hat{x}_1 - \sum_{i=1}^{n-1} \tau_i \hat{x}_{i+1} \right), \quad (10)$$

где \hat{x}_i ($i = \overline{1, n}$) – оценки переменных состояния; k – коэффициент усиления компенсирующего регулятора, $k > 10$; $\Phi_{\vartheta}(p)$ – передаточная функция эталонной системы, аналогичная передаточной функции (8)

$$\Phi_{\vartheta}(p) = \left(\sum_{i=1}^{n-1} \tau_i p^i + 1 \right) / \left(\sum_{i=1}^n \tau_i p^i + 1 \right). \quad (11)$$

3. Записать уравнение наблюдателя переменных состояния объекта управления (1) без учета его внутренних обратных связей

$$\dot{\hat{x}} = \mathbf{A}\hat{x} + \mathbf{K}(y - \mathbf{C}\hat{x}) + \mathbf{B}(\dot{x}_{nT} + u_k), \quad (12)$$

где \mathbf{A} – матрица состояния преобразованного ОУ; $\mathbf{B} = [0, \dots, 0, 1]^T$; \mathbf{K} – искомая матрица постоянных коэффициентов.

4. Вычислить компоненты матрицы \mathbf{K} на основании выбранных корней характеристического полинома наблюдателя $\det(p\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{K}\mathbf{C})$. Например, приравняв его полиному биномиальной формы $(\mu_2^{-1} + p)^n$, причем $n\mu_2 = \sigma$.

5. На основании полученных с помощью наблюдателя оценок переменных состояния и выражения (6) для производной \dot{x}_{nT} сформировать требуемый закон изменения производной n -й переменной состояния:

$$\dot{x}_{nT} = \frac{1}{\tau_n} \left\{ g - \hat{x}_1 - \sum_{i=1}^{n-1} \tau_i \hat{x}_{i+1} \right\}. \quad (13)$$

6. Записать выражение для передаточной функция эталонной системы (11).

7. На основании уравнений ОУ (1) и соотношений (7)-(13) сформировать искомый закон управления

$$u = \frac{\hat{b}^{-1}(t)}{\tau_n} \left\{ g - \hat{x}_1 - \sum_{i=1}^{n-1} \tau_i \hat{x}_{i+1} + k \left(\Phi_{\ominus}(p) g - \hat{x}_1 - \sum_{i=1}^{n-1} \tau_i \hat{x}_{i+1} \right) \right\}. \quad (14)$$

8. На основании уравнений (1), (9), (11) и (14) составить структурную схему синтезируемой САУ и, полагая, что функция $\varphi(\mathbf{x})$ ОУ компенсируется составляющей управления u_k , найти характеристический полином системы

$$A(p) = \tau_n (1 + \sigma p) p^n + \sum_{i=1}^{n-1} \tau_i p^i + 1. \quad (15)$$

9. Из дополнительных условий (4) и (5) с помощью полинома (15) найти значения подлежащих определению коэффициентов [10-12]:

$$\tau_1 = 2^n \sigma; \quad \tau_{j+1} = \begin{cases} \tau_1^2 / 2 & \text{при } j = 1; \\ \tau_j^2 / 2\tau_{j-1} & \text{при } j = \overline{2, n-1}. \end{cases} \quad (16)$$

Пример синтеза. Пусть задан нелинейный объект управления третьего порядка с математической моделью

$$\dot{x}_i = \begin{cases} x_{i+1} & \text{при } i = 1, 2; \\ [b]u - \varphi(\mathbf{x}) & \text{при } i = 3; \end{cases} \quad (17)$$
$$y = x_1 - c_1 x_2,$$

где $c_1=0.2$; $\varphi(\mathbf{x}) = x_1 + x_2^2 - x_3$; $[b]$ – интервальный коэффициент, $b \in [0.1, 1.1]$.

Необходимо осуществить синтез закона управления $u = u(y, g)$ объектом (1), чтобы движение синтезированной САУ с сигналом задания $u = u(y, g)$ было подчинено уравнению:

$$\left(1 + \sum_{i=1}^3 \tau_i p^i\right) y = (1 - c_1 p) g, \quad (18)$$

где коэффициенты τ_i ($i = \overline{1, 3}$) подлежат определению из дополнительных условий, аналогичных условиям (4) и (5).

На основании предложенного выше алгоритма определяем оценку текущего значения обратного коэффициента усиления объекта управления

$$\hat{b}^{-1} = \frac{1}{\mu_1 p} \left\{ \left| \frac{\mu_1 (1 + c_1 p)}{(1 + \mu_1 p)^3} u - \frac{\mu_1 (1 + c_1 p)}{(1 + 5\mu_1 p)^3} u \right| - \hat{b}^{-1} \left| \frac{\mu_1 p^3 y}{(1 + \mu_1 p)^3} - \frac{\mu_1 p^3 y}{(1 + 5\mu_1 p)^3} \right| \right\}, \quad (19)$$

где полагаем $\mu_1 = 0.005$ с.

Формируем компенсирующую составляющую управления

$$u_k = \frac{k}{\tau_3} \left(\frac{\tau_2 p^2 + \tau_1 p + 1}{\tau_3 p^3 + \tau_2 p^2 + \tau_1 p + 1} g - \hat{x}_1 - \sum_{i=1}^2 \tau_i \hat{x}_{i+1} \right), \quad (20)$$

где $k = 10$.

Пренебрегая внутренними обратными связями объекта управления (17) записываем уравнение наблюдателя его переменных состояния

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \hat{\mathbf{x}} + \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{bmatrix} (y - [1 \quad -0,2 \quad 0] \hat{\mathbf{x}}) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} (\dot{x}_{3T} + u_k). \quad (21)$$

И характеристический полином этого уравнения приравняем полиному биномиальной формы третьего порядка

$$\det \left\{ p\mathbf{I} - \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \hat{\mathbf{x}} + \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{bmatrix} [1 \quad -0,2 \quad 0] \right\} = \left(\frac{1}{\mu_2} + p \right)^3, \quad (22)$$

где $\mu_2 = 0,016$ с.

Раскрывая в уравнении (22) определитель и приравнявая коэффициенты при одинаковых степенях оператора p справа и слева от знака равенства, находим значения коэффициентов наблюдателя: $k_1 \approx 12300$, $k_2 \approx 60550$, $k_3 \approx 244140$.

На основании полученных с помощью наблюдателя оценок переменных состояния и выражения (13) формируем требуемый закон изменения производной третьей переменной состояния:

$$\dot{x}_{3T} = \frac{1}{\tau_3} \{g - \hat{x}_1 - \tau_1 \hat{x}_2 - \tau_2 \hat{x}_3\}. \quad (23)$$

Записываем выражение для передаточной функции эталонной системы

$$\Phi_{\mathcal{O}}(p) = (\tau_2 p^2 + \tau_1 p + 1) / (\tau_3 p^3 + \tau_2 p^2 + \tau_1 p + 1). \quad (24)$$

С помощью уравнений ОУ (17) и соотношений (7), (19) - (21), (23) и (24) формируем искомый закон управления

$$u = \frac{\hat{b}^{-1}}{\tau_3} \{g - \hat{x}_1 - \tau_1 \hat{x}_2 - \tau_2 \hat{x}_3 + k(\Phi_{\mathcal{O}}(p)g - \hat{x}_1 - \tau_1 \hat{x}_2 - \tau_2 \hat{x}_3)\}. \quad (25)$$

На основании уравнений (17), (19), (24) и (25) составляем структурную схему синтезируемой САУ и, полагая, что функция $\varphi(x)$ ОУ компенсируется составляющей управления u_k , находим характеристический полином системы

$$A(p) = \tau_3 (1 + \sigma p) p^3 + \tau_2 p^2 + \tau_1 p + 1, \quad (26)$$

где $\sigma = 3\mu_2 = 0,048$.

Из дополнительных условий (4) и (5) с помощью полинома (26) находим значения подлежащих определению коэффициентов: $\tau_1 \approx 0,4$, $\tau_2 = 0,08$, $\tau_3 = 0,008$.

Переходные процессы синтезированной САУ исследованы методом моделирования на ПК с помощью ППП *Simulink*. На рис.1 приведены графики ее переходных процессов по переменной состояния $x_1(t)$ и выходной величине $y(t)$ при отработке системой ступенчатого сигнала задания в момент времени $t_0 = 0$ и практически ступенчатом изменении коэффициента усиления

объекта управления b с минимально допустимого до максимально допустимого значения в момент времени $t_1=2$ с.

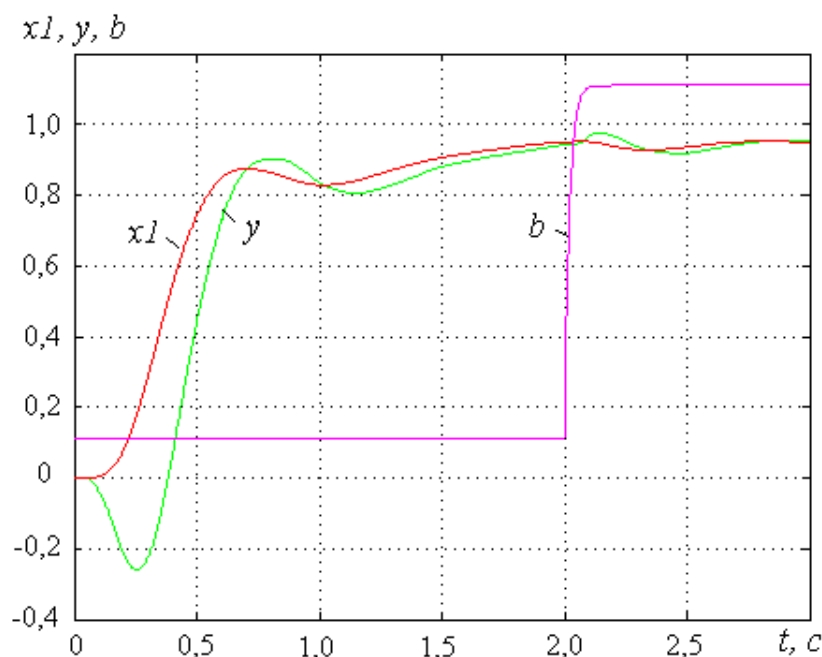


Рис.1. – Переходные процессы

Заметим также, что при введении в прямую цепь синтезированной САУ сингулярного возмущения в виде инерционного звена первого порядка с постоянной времени $T=0,01$ с и нелинейности типа «насыщение» с ограничением сигнала на уровне $B=125$ характер переходных процессов системы практически не меняется. Результаты моделирования показывают, что синтезированная предложенным методом САУ является грубой и обеспечивает требуемые показатели качества переходных процессов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант № 16-08-00572.

Литература

1. Ким Д.П. Синтез неминимально-фазовых систем управления с заданным временем регулирования // Мехатроника, автоматизация, управление. 2010. № 4. С. 5-10.

2. Гайдук А.Р. Теория и методы аналитического синтеза систем автоматического управления. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012. 360 с.

3. Гребенщиков Д.Е., Паршева А.И., Цыкунов А.М. Алгоритм робастного управления для одного класса неминимально-фазовых объектов // Вестник АГТУ. Серия: Управление, вычислительная техника и информатика. 2010. № 1. С. 89-94.

4. Андриевский Б.Р., Фрадков А.Л. Избранные главы теории автоматического управления с примерами на языке MATLAB. СПб.: Наука, 1999. 467 с.

5. Фуртат И.Б. Адаптивное управление неминимально-фазовыми объектами определенного класса // Проблемы управления. 2013. № 1. С.19-25.

6. Фуртат И.Б. Адаптивное управление неминимально-фазовыми нелинейными объектами // Изв. вузов. Приборостроение. 2013. № 3. С. 30- 37.

7. Андрашитов Д.С., Костоглотов А.А., Костоглотов А.И., Лазаренко С.В., Ценных Б.М. Универсальный метод синтеза оптимальных управлений нелинейными Лагранжевыми динамическими системами // Инженерный вестник Дона, 2014, №1 URL: ivdon.ru/magazine/archive/n1y2014/2251/.

8. Atassi A.N., Khalil H.K. A separation principle for the stabilization of class of nonlinear systems // IEEE Tras. Automat. Control. 1999. Vol. 44, N 9. pp. 1672-1687.

9. Keller H. Vereinfacht Ljapunov – Synthese fur nichtlineare system // Automatisierung. 1990. N 3. pp. 11-113.

10. Елсуков В.С., Лачин В.И., Липкин С.М. Синтез систем управления для ограниченно неопределенных нелинейных объектов с произвольным относительным порядком по выходу // Изв. вузов. Электромеханика. 2014. № 1. С. 88-90.

11. Елсуков В.С., Лачин В.И., Липкин С.М. Синтез систем управления для ограниченно неопределенных нелинейных объектов с правыми собствен-

ными значениями матрицы выхода // Изв. вузов. Электромеханика. 2015. № 5. С. 70-75.

12. Елсуков В.С., Лачин В.И., Липкин С.М. Управление ограниченно неопределенными нелинейными объектами // Инженерный вестник Дона, 2017, №3 URL: ivdon.ru/magazine/archive/n3y2017/4392/.

References

1. Kim D.P. Mehatronika, avtomatizatsija, upravlenie. 2010. № 4. pp. 5-10.
2. Gayduk A.R. Teorija i metody analiticheskogo sinteza system avtomaticheskogo upravlenija [Theory and techniques for feedback systems analytical synthesis]. M.: FIZMATLIT, 2012. 360 p.
3. Grebenshikov D.E., Parscheva A.I., Zykunov A.M. Vestnik AGTU. Serija: Upravlenie, vychislitel'naja tehnika i informatika. 2010. № 1. pp. 89-94.
4. Andrievskiy B.R., Fradkov A.L. Izbrannye glavy teorii avtomaticheskogo upravlenija s primerami na jazyke MATLAB [Control theory elements with MATLAB samples]. SPb.: Nauka, 1999. 467 p.
5. Furtat I.B. Problemy upravlenija. 2013. № 1. pp. 19-25.
6. Furtat I.B. Izv. vuzov. Priborostroenie. 2013. № 3. pp. 30-37.
7. Andrashitov D.S., Kostoglotov A.A., Kostoglotov A.I., Zennykh B.M. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2014, №1. URL: idon.ru/magazine/archive/n1y2014/2251/.
8. Atassi A.N., Khalil H.K. IEEE Tras. Automat. Control. 1999. Vol. 44, № 9. pp. 1672-1687.
9. Keller H. Automatisierung. 1990. № 3. pp. 11-113.
10. Elsukov V.S., Lachin V.I., Lipkin S.M. Izv. vuzov. Elektromehanika. 2014. № 1. pp. 88-90.
11. Elsukov V.S., Lachin V.I., Lipkin S.M. Izv. vuzov. Elektromehanika. 2015. № 5. pp. 70-75.



12. Elsukov V.S., Lachin V.I., Lipkin S.M. Inzhenernyj vestnik Dona (Rus), 2017, №3. URL: ivdon.ru/magazine/archive/n3y2017/4392/.