Вынужденные осесимметричные колебания тонкой круглой биморфной пластины ступенчато переменной толщины и жесткости

Д. А. Шляхин

1.Введение. В различных акустических устройствах в качестве преобразователя энергии используются тонкостенные круглые биморфные пластины. Наиболее эффективной конструкцией, обладающей высокой механической прочностью и чувствительностью, является круглая металлическая подложка с наклеенными с двух сторон пьезокерамическими пластинами меньшего диаметра. Расчет рассматриваемых тел вращения, как правило, выполняется путем аппроксимации их набором кольцевой и сплошной пластин постоянной толщины. При этом для определения напряженно-деформированного состояния каждого элемента используется техническая теория тонких пластин [1-3].

В настоящей работе исследование тонкой биморфной пьезокерамической пластины проводится на основании гиперболической системы уравнений Тимошенко [4], в которой ступенчато переменная толщина и жесткость системы, а также нестационарная механическая нагрузка описывается с помощью сингулярных обобщенных функций [5]. Кроме того, по-видимому, впервые в настоящей работе при решении динамических задач учитывается особенность изменения, в виде скачка, градиента касательных и нормальных напряжений в области изменений высоты и жесткости пластины. При исследовании задачи на собственные значения для тонких пластин ступенчато-переменной толщины данная особенность учитывалась в работе [6].

2.Постановка задачи. Пусть биморфная круглая пластина состоит из металлической заземленной подложки, занимающей в цилиндрической системе координат (r_*, θ, z) область $\Omega: \{0 \le r_* \le b,\ 0 \le \theta \le 2\pi,\ -h_1^*/2 \le z \le h_1^*/2\}$, и двух наклеенных на нее пьезокерамических элементов меньшего диаметра $\{0 \le r_* \le a,\ a < b\}$ толщиной h_2^* (рис.1). Изгибные осесимметричные колебания возбуждаются за счет действия механической динамической нагрузки (нормальных напряжений) $q^*(r_*, t_*)$, являющейся произвольной

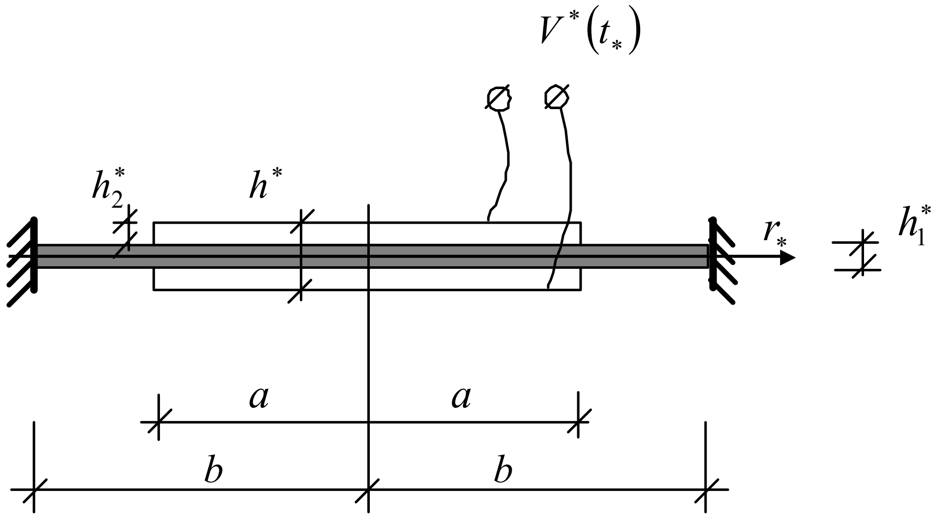

Рис.1. – Биморфная пластина

функцией радиальной координаты r_* и времени t_*. В результате деформирования на лицевых электродах пьезокерамических пластин генерируется электрический потенциал $\pm\phi^*(r_*,t_*)$. Подключение их к измерительному прибору позволяет зафиксировать величину и форму электрического напряжения $V^*(t_*)$.

Условия закрепления цилиндрической поверхности пластины могут быть произвольными. Для определенности считаем ее жестко закрепленной.

Система Тимошенко для рассматриваемой тонкой круглой пьезокерамической биморфной пластины в безразмерной форме записывается в виде следующих дифференциальных уравнений осесимметричного движения и начально-краевых условий:

$$\nabla_1^2 W - \nabla\psi - a_1(r)\frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = -\delta(p-r)A_1(t) - A_2(r,t), \tag{1}$$

$$\nabla_2^2\psi + a_2(r)\left(\frac{\partial W}{\partial r} - \psi\right) - a_3(r)\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = -\delta(p-r)A_3(t),$$

$$r=1: \quad W(1,t)=0, \quad \psi(1,t)=0, \tag{2}$$

$$r=0: \quad W(0,t)<\infty, \quad \psi(0,t)<\infty,$$

$$t=0: \quad W(r,0)=W_0, \quad \psi(r,0)=\psi_0, \quad \dot W(r,0)=\dot W, \quad \dot\psi(r,0)=\dot\psi_0, \tag{3}$$

где $W(r,t)=\dfrac{W^*(r,t)}{b}$, $W^*(r,t),\psi(r,t)-$ прогиб и угол поворота сечения пластины в плоскости (r,z), $a_1(r)=\dfrac{C_{11}^{(1)}}{k(r)C_{55}^{(1)}}a_4(r)^{-1}\left[1+2\dfrac{h_2}{h_1}\dfrac{\rho_2}{\rho_1}H(p-r)\right]$,

$$a_2(r)=\frac{12k(r)C_{55}^{(1)}}{C_{11}^{(1)}h_1^2}a_5(r)^{-1}a_4(r), \quad a_3(r)=a_5(r)^{-1}\left[1+\left(\frac{h^3}{h_1^3}-1\right)\frac{\rho_2}{\rho_1}H(p-r)\right],$$

$$a_4(r)=1+2\frac{h_2}{h_1}\frac{C_{55}^{(2)}}{C_{55}^{(1)}}H(p-r), \quad a_5(r)=1+\left(\frac{C_{11}^{(2)}}{C_{11}^{(1)}}N_1+\frac{e_{31}^2}{C_{11}^{(1)}\varepsilon_{33}}N_2\right)H(p-r),$$

$$A_1(t)=\frac{2C_{55}^{(2)}h_2}{C_{55}^{(1)}h_1}a_4(p)^{-1}\left(\frac{\partial W}{\partial r}-\psi\right)_{|r=p}, \quad A_2(r,t)=\frac{q(r,t)}{k(r)a_4(r)}, \quad q(r,t)=\frac{q^*(r,t)}{C_{55}^{(1)}h_1},$$

$$A_3(t)=a_5(p)^{-1}\left[\left(\frac{C_{11}^{(2)}}{C_{11}^{(1)}}N_1+\frac{e_{31}^2}{C_{11}^{(1)}\varepsilon_{33}}N_2\right)\frac{\partial\psi}{\partial r}+\left(\frac{C_{12}^{(2)}}{C_{11}^{(1)}}N_1+\frac{e_{31}^2}{C_{11}^{(1)}\varepsilon_{33}}N_2\right)\frac{\psi}{r}\right]_{|r=p},$$

$$N_1=\frac{h^3}{h_1^3}-1, \quad N_2=\frac{3}{2}\frac{h}{h_1}\left(\frac{h^2}{h_1^2}-1\right), \quad \nabla_1^2=\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}, \quad \nabla_2^2=\nabla_1^2-\frac{1}{r^2}, \quad \nabla=\frac{\partial}{\partial r}+\frac{1}{r},$$

$$r=\frac{r_*}{b}, \quad p=\frac{a}{b}, \quad h_1=\frac{h_1^*}{b}, \quad h_2=\frac{h_2^*}{b}, \quad h=\frac{h^*}{b}, \quad h^*=h_1^*+2h_2^*, \quad t=t_*b\sqrt{\frac{\rho_1}{C_{11}^{(1)}}},$$

$\rho_1,\rho_2,C_{ms}^{(1)},C_{ms}^{(2)}-$ объемная плотность и модули упругости соответственно металлической подложки и пьезокерамических пластин; $e_{31},\varepsilon_{33}-$ пьезомодуль и диэлектрическая проницаемость электроупругого материала; $k(r)-$коэффициент поперечного сдвига;

$W_0, \psi_0, \dot{W}_0, \dot{\psi}_0 -$ известные в начальный момент времени перемещение, угол поворота и их скорости; $\delta(...)$, $H(...)-$ единичные функции Дирака и Хэвисайда.

В равенстве (3) и ниже точка означает дифференцирование по времени.

При составлении (1) рассматривался случай подключения биморфной пластины к измерительному прибору с большим входным сопротивлением (электрический холостой ход), а также учитывалось противоположное направление вектора аксиальной поляризации в двух используемых пьезокерамических элементах.

В этом случае нормальная компонента вектора напряженности $E_z(r_*, z, t_*)$ определяется из условия отсутствия тока смещения на лицевых электродах $D_{z|z=\pm h/2} = 0$, т.е.

$$E_z = \frac{e_{31}}{\varepsilon_{33}}\left(\frac{\partial \psi}{\partial r_*} + \frac{\psi}{r_*}\right)\frac{h^*}{2}\left[H\left(z - \frac{h_1^*}{2}\right) - H\left(-z - \frac{h_1^*}{2}\right)\right]H(a - r_*), \tag{4}$$

а изгибающие моменты и поперечная сила с учетом кинематических гипотез для тонких пластин:

$$M_r(r_*, t_*) = -\frac{(bh_1)^3}{12}\left\{\left[C_{11}^{(1)} + H(a-r)\left(C_{11}^{(2)}N_1 + \frac{e_{31}{}^2}{\varepsilon_{33}}N_2\right)\right]\frac{\partial \psi}{\partial r_*} + \right.$$
$$\left. + \left[C_{12}^{(1)} + H(a-r)\left(C_{12}^{(2)}N_1 + \frac{e_{31}{}^2}{\varepsilon_{33}}N_2\right)\right]\frac{\psi}{r_*}\right\}, \tag{5}$$

$$M_\theta(r_*, t_*) = -\frac{(bh_1)^3}{12}\left\{\left[C_{12}^{(1)} + H(a-r)\left(C_{12}^{(2)}N_1 + \frac{e_{31}{}^2}{\varepsilon_{33}}N_2\right)\right]\frac{\partial \psi}{\partial r_*} + \right.$$
$$\left. + \left[C_{11}^{(1)} + H(a-r)\left(C_{11}^{(2)}N_1 + \frac{e_{31}{}^2}{\varepsilon_{33}}N_2\right)\right]\frac{\psi}{r_*}\right\},$$

$$Q_r(r_*, t_*) = k(r)C_{55}^{(1)}h_1^*\left[1 + H(a-r)\frac{2h_2}{h_1}\frac{C_{55}^{(2)}}{C_{55}^{(1)}}\right]\left(\frac{\partial W^*}{\partial r_*} - \psi\right).$$

Система дифференциальных уравнений (1) включает в себя ступенчато-переменные коэффициенты $a_1(r) \div a_5(r)$, поэтому $W(r,t), \psi(r,t)$ являются непрерывными кусочно-гладкими функциями. При этом точка p является особой, в которой наблюдается резкое изменение, в виде скачка, градиента изгибающих моментов и поперечной силы (нормальных и касательных напряжений). Данная особенность учитывается с помощью функций $A_1(t), A_3(t)$.

Потенциал электрического поля $\phi^*(r_*, t_*)$, генерируемый в пьезокерамических пластинах, определяется в результате интегрирования равенства (4), принимая во внимание заземление металлической подложки, а электрическое напряжение холостого хода $V^*(t_*)$ вычисляется по формуле

$$V^*(t_*) = S^{-1}\iint_{(S)}\left[\phi^*(r_*, t_*)_{|z=\frac{h^*}{2}} - \phi^*(r_*, t_*)_{|z=-\frac{h^*}{2}}\right]dS,$$

где $S-$ площадь пьезокерамической пластины.

В результате имеем следующее выражение для функции $V^*(t_*)$:

$$V^*(t_*)=\frac{e_{31}}{\varepsilon_{33}}\frac{h^*(h^*-h_1^*)}{a}\psi^*(a,t_*). \tag{6}$$

3. Построение общего решения. Начально-краевую задачу (1) – (3) относительно функций $W(r,t),\psi(r,t)$ решаем, используя структурный алгоритм метода конечных интегральных преобразований КИП [7] . Введем на сегменте [0,1] КИП с неизвестными компонентами $K_1(\lambda_i,r),K_2(\lambda_i,r)$ вектор-функции ядра преобразования и весовыми функциями α,β:

$$G(\lambda_i,t)=\int_0^1[\alpha W(r,t)K_1(\lambda_i,r)+\beta\psi(r,t)K_2(\lambda_i,r)]rdr, \tag{7}$$

$$W(r,t)=\sum_{i=1}^{\infty}G(\lambda_i,t)K_1(\lambda_i,r)\|K_i\|^{-2},\qquad \psi(r,t)=\sum_{i=1}^{\infty}G(\lambda_i,t)K_2(\lambda_i,r)\|K_i\|^{-2}, \tag{8}$$

$$\|K_i\|^2=\int_0^1[\alpha K_1^2(\lambda_i,r)+\beta K_2^2(\lambda_i,r)]rdr,$$

где λ_i-положительные параметры образующие счетное множество $(i=\overline{1,\infty})$.

Равенство (7) представляет трансформанту, а (8) формулы обращения метода КИП.

При этом круговые частоты осесимметричных колебаний биморфной пластины ω_i связаны с λ_i зависимостью

$$\omega_i=\frac{\lambda_i}{b}\sqrt{\frac{C_{11}^{(1)}}{\rho}}.$$

Принимая во внимание кусочно-гладкий характер функций $W(r,t),\psi(r,t)$, и представляя их в виде

$$\begin{aligned}W(r,t)&=W^{(a)}(r,t)H(r-p)+W^{(b)}(r,t)H(p-r),\\ \psi(r,t)&=\psi^{(a)}(r,t)H(r-p)+\psi^{(b)}(r,t)H(p-r),\end{aligned} \tag{9}$$

подвергаем систему уравнений (1) и начальные условия (3) преобразованиям КИП в соответствии со структурным алгоритмом [7].

В результате получаем счетное множество задач Коши для трансформанты $G(\lambda_i,t)$

$$\ddot G(\lambda_i,t)+\lambda_i^2G(\lambda_i,t)=-F(\lambda_i,t),\qquad (i=\overline{1,\infty}) \tag{10}$$

$$t=0:\quad G(\lambda_i,0)=G_0(\lambda_i),\qquad \dot G(\lambda_i,t)_{|t=0}=\dot G_0(\lambda_i), \tag{11}$$

и, с учетом (2), однородную краевую задачу для компонент ядра КИП

$$\nabla_1^2 K_1^{(j)} - \nabla K_2^{(j)} + a_1^{(j)} \lambda_i^2 K_1^{(j)} = 0, \qquad (j = a, b) \tag{12}$$

$$\nabla_2^2 K_2^{(j)} + a_2^{(j)} \left(\frac{dK_1^{(j)}}{dr} - K_2^{(j)} \right) + a_3^{(j)} \lambda_i^2 K_2^{(j)} = 0,$$

$$r = 1: \quad K_1^{(a)}(\lambda_i, 1) = 0, \quad K_2^{(a)}(\lambda_i, 1) = 0, \tag{13}$$

$$r = 0: \quad K_1^{(b)}(\lambda_i, 0) < \infty, \quad K_2^{(b)}(\lambda_i, 0) < \infty,$$

$$r = p: \quad K_1^{(a)}(\lambda_i, p) = K_1^{(b)}(\lambda_i, p), \quad K_2^{(a)}(\lambda_i, p) = K_2^{(b)}(\lambda_i, p), \tag{14}$$

$$\frac{dK_1^{(a)}(\lambda_i, r)}{dr}\bigg|_{r=p} = \frac{dK_1^{(b)}(\lambda_i, r)}{dr}\bigg|_{r=p}, \qquad \frac{dK_2^{(a)}(\lambda_i, r)}{dr}\bigg|_{r=p} = \frac{dK_2^{(b)}(\lambda_i, r)}{dr}\bigg|_{r=p}.$$

В соотношениях (10) – (14) приняты следующие обозначения

$$K_1(\lambda_i, r) = K_1^{(a)}(\lambda_i, r) H(r - p) + K_1^{(b)}(\lambda_i, r) H(p - r),$$
$$K_2(\lambda_i, r) = K_2^{(a)}(\lambda_i, r) H(r - p) + K_2^{(b)}(\lambda_i, r) H(p - r),$$

$$a_1^{(a)} = \frac{C_{11}^{(1)}}{k^{(a)} C_{55}^{(1)}}, \qquad a_2^{(a)} = \frac{12 k^{(a)} C_{55}^{(1)}}{C_{11}^{(1)} h_1^2}, \qquad a_3^{(a)} = 1, \qquad a_1^{(b)} = \frac{C_{11}^{(1)} [h_1 \rho_1 + 2 h_2 \rho_2]}{k^{(b)} \rho_1 [C_{55}^{(1)} h_1 + 2 C_{55}^{(2)} h_2]},$$

$$a_2^{(b)} = 12 k^{(b)} \frac{C_{55}^{(1)} h_1 + 2 C_{55}^{(2)} h_2}{C_{11}^{(1)} h_1^3 + C_{11}^{(2)} (h^3 - h_1^3)}, \qquad a_3^{(b)} = \frac{C_{11}^{(1)} [h_1^3 \rho_1 + (h^3 - h_1^3) \rho_2]}{\rho_1 [C_{11}^{(1)} h_1^3 + C_{11}^{(2)} (h^3 - h_1^3)]},$$

$$F(\lambda_i, t) = -p \left[a_2^{(b)} A_1(t) K_1(\lambda_i, p) + A_3(t) K_2(\lambda_i, p) \right] - \int_0^1 a_1(r)^{-1} \alpha A_2 K_1 \cdot r dr,$$

$$G_0(\lambda_i) = \int_0^1 [\alpha W_0 K_1 + \beta \psi_0 K_2] \cdot r dr, \qquad \dot{G}_0(\lambda_i) = \int_0^1 [\alpha \dot{W}_0 K_1 + \beta \dot{\psi}_0 K_2] \cdot r dr.$$

Равенства (14) являются условиями неразрывности деформаций и усилий в точке p, которые удовлетворяются при выполнении условия

$$k^{(a)} = \frac{C_{11}^{(1)} h_1^2}{C_{55}^{(1)}} \frac{[C_{55}^{(1)} h_1 + 2 C_{55}^{(2)} h_2]}{[C_{11}^{(1)} h_1^3 + C_{11}^{(2)} (h^3 - h_1^3)]} k^{(b)},$$

$k^{(b)} -$ коэффициент поперечного сдвига биморфной пластины на участке $0 \le r \le p$.

Кроме того, при определении (10) - (14) использовалось условие инвариантности (1) и (12), позволившие определить весовые функции

$$\alpha^{(j)} = a_1^{(j)} a_2^{(j)}, \qquad \beta^{(j)} = a_3^{(j)}.$$

Решение уравнения (10) при условиях (11) записывается в виде:

$$G(\lambda_i,t)=G_0\cos(\lambda_i t)+\dot{G}_0\sin(\lambda_i t)/\lambda_i-\lambda_i^{-1}\int_0^t F(\lambda_i,t)\sin\lambda_i(t-\tau)d\tau. \qquad (15)$$

Система (12) приводится к однородному дифференциальному уравнению четвертого порядка относительно функции $K_1^{(j)}(\lambda_i,r)$, которое допускает факторизацию на коммутативные сомножители второго порядка и может представлено в виде :

$$\left[\frac{d^2}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{d}{dr}+A_i^2\right]\left[\frac{d^2}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{d}{dr}-B_i^2\right]K_1^{(j)}(\lambda_i,r)=0. \qquad (16)$$

Общий интеграл равенства (16) имеет вид

$$K_1^{(j)}(\lambda_i,r)=D_{1i}^{(j)}J_0\left(A_i^{(j)}r\right)+D_{2i}^{(j)}Y_0\left(A_i^{(j)}r\right)+D_{3i}^{(j)}I_0\left(B_i^{(j)}r\right)+D_{4i}^{(j)}\widetilde{K}_0\left(B_i^{(j)}r\right). \qquad (17)$$

Здесь $B_i^{(j)}=\left[\dfrac{-\lambda_i^2\left(a_1^{(j)}+a_3^{(j)}\right)+\sqrt{\lambda_i^4\left(a_1^{(j)}-a_3^{(j)}\right)^2+4a_1^{(j)}a_2^{(j)}\lambda_i^2}}{2}\right]^{1/2}$,

$A_i=\left[\lambda_i^2\left(a_1^{(j)}+a_3^{(j)}\right)+\left(B_i^{(j)}\right)^2\right]^{1/2}$, $D_{1i}^{(j)}\ldots D_{4i}^{(j)}-$ постоянные интегрирования, $J_\eta(\ldots),Y_\eta(\ldots),I_\eta(\ldots),\widetilde{K}_\eta(\ldots)-$ обыкновенные и модифицированные функции Бесселя первого и второго родов порядка η.

Используя зависимости между $K_1^{(j)}(\lambda_i,r)$ и $K_2^{(j)}(\lambda_i,r)$, полученные в процессе приведения (12) к (16), получаем выражения для второй компоненты ядра преобразований:

$$\begin{gathered}
K_2^{(j)}(\lambda_i,r)=n_{1i}^{(j)}\left[D_{1i}^{(j)}J_1\left(A_i^{(j)}r\right)+D_{2i}^{(j)}Y_1\left(A_i^{(j)}r\right)\right]+n_{2i}^{(j)}\left[D_{3i}^{(j)}I_1\left(B_i^{(j)}r\right)-D_{4i}^{(j)}\widetilde{K}_1\left(B_i^{(j)}r\right)\right],\\
n_{1i}^{(j)}=A_i^{(j)}n_{3i}^{(j)}\left[\left(A_i^{(j)}\right)^2-a_1^{(j)}\lambda_i^2-a_2^{(j)}\right],\\
n_{2i}^{(j)}=B_i^{(j)}n_{3i}^{(j)}\left[\left(B_i^{(j)}\right)^2+a_1^{(j)}\lambda_i^2+a_2^{(j)}\right],\quad n_{3i}^{(j)}=\left(a_2^{(j)}-a_3^{(j)}\lambda_i^2\right)^{-1}.
\end{gathered} \qquad (18)$$

Подстановка (17), (18) в (13), (14) позволяет сформулировать трансцендентное уравнение для определения λ_i и выражения для постоянных интегрирования $D_{1i}^{(j)}\ldots D_{4i}^{(j)}$.

Применяя к трансформанте (15) формулы обращения (8) получаем, с учетом (17), (18) выражения для $W(r,z),\psi(r,z)$.

4. Численные результаты. В качестве примера рассматривается биморфная пластина ($b=31$ мм, $a=21$ мм , $h_1^*=1$ мм, $h_2^*=0.35$ мм), имеющая следующие физические характеристики материала стальной подложки и аксиально поляризованной пьезокерамической пластины состава PXE-5 : $\left\{C_{11}^{(1)},C_{12}^{(1)},C_{55}^{(1)}\right\}=\left\{22.35,\ 6.26,\ 8.05\right\}\times10^{10}$ Н/м ^{2}, $\rho_1=7800$ кг/м ^{3}, $\left\{C_{11}^{(2)},C_{12}^{(2)},C_{55}^{(2)}\right\}=\left\{10.33,\ 5.8,\ 2.5\right\}\times10^{10}$ Н/м ^{2}, $\rho_2=7600$ кг/м ^{3}.

Расчеты приводятся для случая действия равномерно распределенной гармонической нагрузки:

$$q(r,t) = q_0 \sin \theta t ,$$

где θ, q_0 - частота и амплитудное значение.

На рис.2,3 показаны графики изменения вертикальных перемещений центра пластины $W(0,t)$ во времени t при различных частотных характеристиках θ внешнего воздействия. Сплошной линией обозначены результаты, полученные на основании построенного в настоящей работе алгоритма, а пунктирной – осциллограммы, построенные без учета функций $A_1(t), A_3(t)$.

Отмечаем, что увеличение частоты внешнего воздействия в рассматриваемом диапазоне приводит к росту перемещений, т.е. более полному проявлению инерционных свойств рассматриваемой системы.

Кроме того, учет особенностей в точке p с помощью функций $A_1(t), A_3(t)$ приводит к «ужесточению» рассматриваемой системы и уменьшению перемещений.

Эффективность электромеханического преобразования энергии биморфных пластин оценивается с помощью динамического коэффициента электромеханической связи k_d^2, который, как правило, представляет отношение резонансных частот вычисляемых для различных электрических краевых условий на электродном покрытии [8]. Расчетные соотношения, построенные в настоящей работе, позволяют определить меру преобразования энергии с помощью более очевидной характеристики, а именно вертикальных перемещений пьэзоэлемента, которые определяются трансформантой нагрузки $F(\lambda_i, t)$. В этом случае зависимость коэффициента k_d^2 от радиуса пьезокерамических пластин вычисляется по формуле:

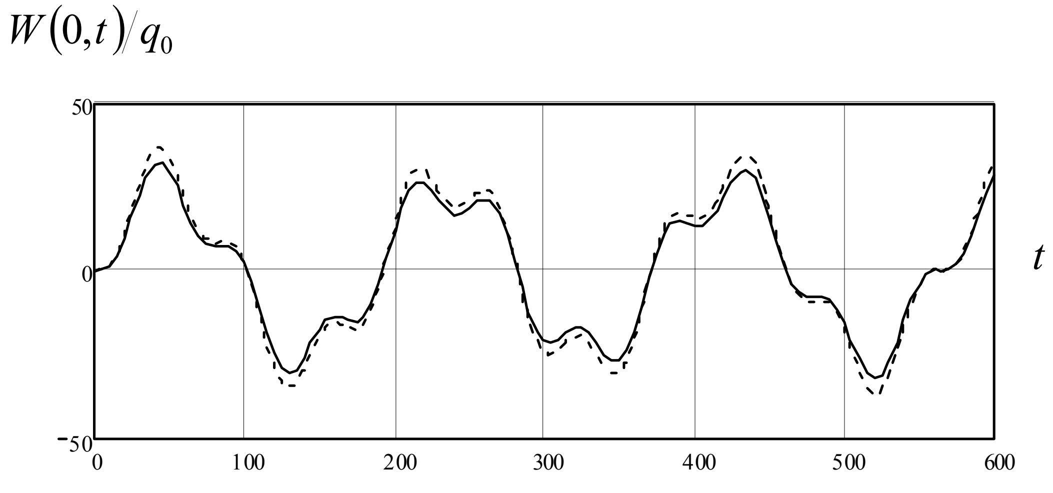

Рис.2. - Изменение вертикальных перемещений $W(0,t)$ во времени t при $\theta = 0.3\lambda_1$

(λ_1 - собственные значения первой резонансной частоты)

$W(0,t)/q_0$

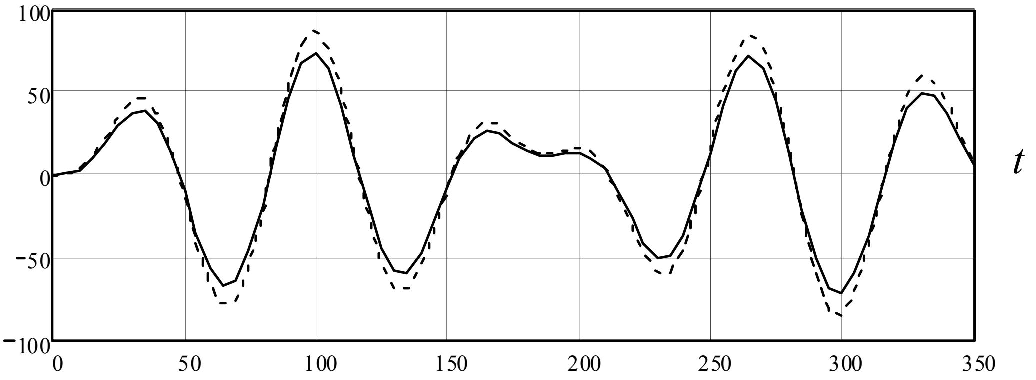

Рис.3. - Изменение вертикальных перемещений $W(0,t)$ во времени t при $\theta = 0.7\lambda_1$

$$k_d^2 = \frac{\left[pK_2(\lambda_i, p)\right]^2}{\left\|K_i\right\|}.$$

На рис.4 представлены графики изменения k_d^2 для первых двух мод собственных колебаний жестко закрепленного биморфа. Сплошная и пунктирная кривые соответствуют первому и второму номеру частот. Результаты расчета показывают, что если основной вклад в напряженно-деформированное состояние пластины вносит первая частота собственных колебаний, то оптимальное отношение радиусов подложки и пьезопластины равно 0.68. В случае, когда определяющей характеристикой является вторая частота, то данное отношение равно 0.43 или 0.86.

k_d^2

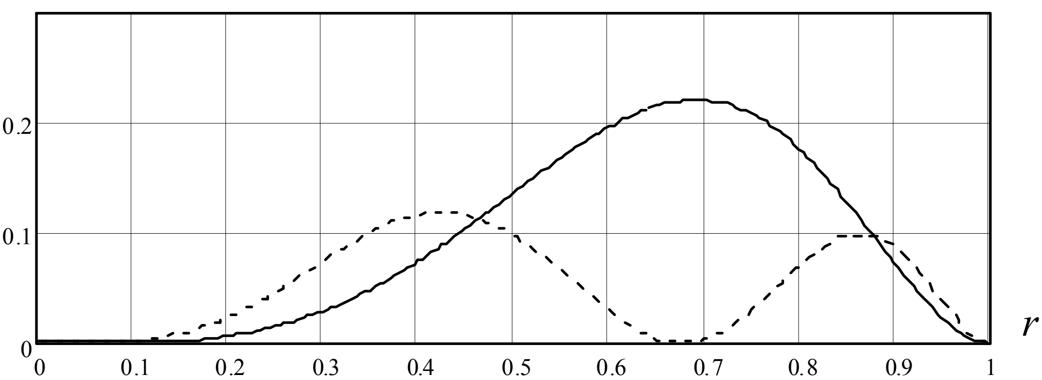

Рис.4. - Зависимость динамического коэффициента электромеханической связи от радиуса пьезокерамических пластин

В заключении отмечаем, что построенный алгоритм решения можно использовать также и при решении задач обратного пьэзоэффекта. Для этого необходимо провести соответствующую замену правых частей дифференциальных уравнений (1).

Литература:

1.Евсейчик, Ю.Б. Чувствительность биморфного преобразователя типа металл-пьезокерамика [Текст] // Прикл. мех., 1990.- 26.- №12.- С. 67-75.

2.Евсейчик, Ю.Б., Медведев К.В. Чувствительность гидроакустического датчика давления [Текст] // Гидравлика и гидротехника. Науч.- техн. сб. –Киев: НТУ, 2008. –Вып.62. – С.10-16.

3.Рудницкий, С.Н. Шарапов В.М., Шульга Н.А. Колебания дискового биморфного преобразователя типа металл–пьезокерамика [Текст]// Прикл. мех.1990.–26. - №10. –С. 64–72.

4.Тимошенко С.П. Пластины и оболочки [Текст]/ С.П. Тимошенко, С. Войновский-Кригер. – М.: Наука, 1966. – 625 с.

5.Гельфанд, И.М. Обобщенные функции и действия над ними [Текст] / И.М. Гельфанд, Г.Е. Шилов. – М.: Физматгиз., 1959. – 470 с.

6.Хмелев, В.Н., Галахов А.Н., Лебедев А.Н., Шалунов А.В., Шалунова К.В. Исследование зависимости геометрических размеров на характеристики излучателя в виде пластины [Текст] // Мат-лы Всероссийск. конф. ИАМП-2010. г.Бийск, 2010. –С.200-206.

7.Сеницкий, Ю.Э. Многокомпонентное обобщенное конечное интегральное преобразование и его приложение к нестационарным задачам механики [Текст] // Изв. вузов. Математика, 1991. - №4. - С. 57-63.

8. Ватульян, А.О., Рынкова А.А. Об одной модели изгибных колебаний пьезоэлектрических биморфов с разрезными электродами и ее приложение [Текст] // Изв. РАН. МТТ. 2007. -№4. – С.114-122.