

Методы оптимального управления ресурсом при проведении работ по повышению надежности ведомственной информационной инфраструктуры

Е.Г. Царькова

*Научно-исследовательский институт Федеральной службы исполнения наказаний,
Москва*

Аннотация: В работе рассматривается процесс проведения работ по ремонту и обслуживанию серверного оборудования, используемого для формирования ведомственной информационной инфраструктуры. Процесс осуществления ремонтных работ множества серверов описан с применением теории массового обслуживания. Сформулирована задача оптимального управления надежностью серверного оборудования с учетом наличия ограничений на используемые ресурсы. Получены необходимые условия оптимальности в поставленной задаче в форме принципа максимума Понтрягина. Приведена краевая задача принципа максимума. В целях получения алгоритма построения приближенного решения градиентными методами задача сведена к дискретной задаче оптимального управления, для решения которой доступен широкий спектр численных методов.

Ключевые слова: информационная инфраструктура, серверное оборудование, надежность, оптимальное управление, необходимые условия оптимальности, принцип максимума.

В современных условиях роста уровня криминогенных и террористических угроз увеличивается роль работы правоохранительных органов в их предотвращении. В силу повсеместного внедрения информационно-телекоммуникационных технологий в деятельность уголовно-исполнительной системы Российской Федерации, исправность серверного оборудования становится важным фактором своевременного реагирования на инциденты безопасности, обеспечивающим возможность их своевременного устранения [1]. Проведение мероприятий по обеспечению бесперебойной работы серверов служит своевременному устранению возникающих технических неполадок, а также продлению срока службы серверного оборудования. При этом ключевую роль играет выполнение работ по ремонту оборудования, тогда, когда сервер не может работать в штатном режиме [2]. Для проведения ремонтных работ в таких случаях возможна

трехэтапная схема: отключение и замена неисправного оборудования выполняется оперативно-выездной бригадой, далее диагностика неисправности и восстановительные работы проводятся сервисной службой. В условиях необходимости обеспечения высокого уровня работоспособности серверного оборудования в составе ведомственной информационной инфраструктуры, с одной стороны, и ограниченностью ресурсов, которые могут быть направлены на проведение ремонтных работ, с другой стороны, возникает задача по выработке стратегии управления, обеспечивающей сохранение высокого уровня надежности серверного оборудования в рамках имеющихся ресурсов [3]. Разработка эффективных методов решения указанной задачи является актуальным и практически значимым направлением исследований.

Схема управления надежностью серверного оборудования может быть описана многофазной системой массового обслуживания (СМО) с тремя фазами: отключение, диагностика, ремонт (рис. 1).

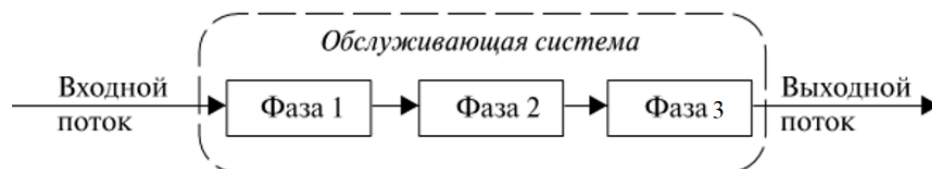


Рис. 1. – Схема проведения работ при возникновении неисправности сервера

Для описания состояния фаз рассматриваемой СМО в каждый момент времени может быть использована следующая совокупность состояний: «готовность к обработке заявки» (для обозначения вводится символ 0), «обработка текущей заявки» (для обозначения используется символ 1), «фаза заблокирована» (обозначается символом b) [4, 5]. Обозначим состояние первой фазы через индекс i , для описания второй фазы используем индекс j , состояние третьей фазы обозначим индексом k . Приходим к множеству всех состояний трехфазной СМО, описываемому соотношением (1):

$$\{(i, j, k)\} = \left\{ (0, 0, 0), (1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1), (1, 0, 1), (1, 1, 1), \right. \\ \left. (1, 1, 0), (b, 1, 0), (1, b, 1), (b, b, 1), (b, 1, 1), (0, b, 1) \right\}. \quad (1)$$

Полагаем, что осуществляется работа по обслуживанию входного потока требований, имеющего пуассоновское распределение, обслуживание заявок в каждой фазе имеет экспоненциальный закон распределения.

Обозначим через $p_{ijk}(t)$ значение вероятности нахождения рассматриваемой СМО в состоянии (i, j, k) в момент времени t . С использованием системы уравнений Колмогорова для марковских процессов с непрерывным временем и дискретным множеством состояний получаем следующую модель, описывающую динамику процесса работы рассматриваемой СМО в течение заданного периода времени $[0, T]$:

$$\begin{aligned} \frac{dp_{000}(t)}{dt} &= -\lambda p_{000}(t) + \mu p_{001}(t), & \frac{dp_{100}(t)}{dt} &= \lambda p_{000}(t) - \mu p_{100}(t) + \mu p_{101}(t), \\ \frac{dp_{010}(t)}{dt} &= \mu p_{100}(t) - (\lambda + \mu) p_{010}(t) + \mu p_{011}(t), \\ \frac{dp_{001}(t)}{dt} &= \mu p_{010}(t) - (\lambda + \mu) p_{001}(t) + \mu p_{0b1}(t), \\ \frac{dp_{101}(t)}{dt} &= \lambda p_{001}(t) - 2\mu p_{101}(t) + \mu p_{110}(t) + \mu p_{1b1}(t), \\ \frac{dp_{011}(t)}{dt} &= \lambda p_{101}(t) - (\lambda + 2\mu) p_{011}(t) + \mu p_{b10}(t) + \mu p_{bb1}(t), \\ \frac{dp_{111}(t)}{dt} &= \lambda p_{011}(t) - 3\mu p_{111}(t), & \frac{dp_{110}(t)}{dt} &= \lambda p_{010}(t) + \mu p_{111}(t) - 2\mu p_{110}(t), \\ \frac{dp_{b10}(t)}{dt} &= \mu p_{110}(t) - \mu p_{b10}(t) + \mu p_{b11}(t), & \frac{dp_{1b1}(t)}{dt} &= \lambda p_{111}(t) - 2\mu p_{1b1}(t) + \lambda p_{0b1}(t), \\ \frac{dp_{bb1}(t)}{dt} &= \mu p_{1b1}(t) - \mu p_{bb1}(t) + \mu p_{b11}(t), & \frac{dp_{b11}(t)}{dt} &= \mu p_{111}(t) - 2\mu p_{b11}(t), \\ \frac{dp_{0b1}(t)}{dt} &= \mu p_{011}(t) - (\lambda + \mu) p_{0b1}(t), & t \in [0, T]. \end{aligned} \quad (2)$$

В системе (2) величина λ обозначает значение интенсивности поступления заявок, μ – значение интенсивности обслуживания заявок в каждой из фаз, $[0, T]$ – рассматриваемый временной интервал.

В работе [6] рассматриваются управляемые системы массового обслуживания, в которых управление СМО может быть реализовано, в том числе, за счет контроля и изменения дисциплины обслуживания заявок в фазах обслуживающей системы, при этом, соответственно, увеличение интенсивности обслуживания требований приводит к росту привлекаемых ресурсов. Рассмотрение системы управления ремонтами в качестве управляемой СМО, работающей в условиях ограниченности ресурсов, приводит к постановке Парето-оптимальной задачи управления, решение которой служит поддержанию заданного уровня надежности серверного оборудования с учетом объема имеющихся ресурсов. Учитываем в качестве управляющего параметра величину интенсивности обслуживания заявок в каждой фазе, равную μ , полагая, что μ может изменяться на временном отрезке $[0, T]$, в том числе, за счет использования дополнительных ресурсов [7, 8]. Вводим обозначение: $u(t) = \mu(t), t \in [0, T]$. Обозначим далее: $x_1(t) = p_{000}(t)$, $x_2(t) = p_{100}(t)$, $x_3(t) = p_{010}(t)$, $x_4(t) = p_{001}(t)$, $x_5(t) = p_{101}(t)$, $x_6(t) = p_{011}(t)$, $x_7(t) = p_{111}(t)$, $x_8(t) = p_{110}(t)$, $x_9(t) = p_{b10}(t)$, $x_{10}(t) = p_{1b1}(t)$, $x_{11}(t) = p_{bb1}(t)$, $x_{12}(t) = p_{b11}(t)$, $x_{13}(t) = p_{0b1}(t), t \in [0, T]$.

Получим следующую систему уравнений для описания динамики работы рассматриваемой СМО:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= -\lambda x_1(t) + u(t)x_4(t), \quad \dot{x}_2(t) = \lambda x_1(t) - u(t)(x_2(t) - x_5(t)), \\ \dot{x}_3(t) &= u(t)x_2(t) - (\lambda + u(t))x_3(t) + u(t)x_6(t), \quad \dot{x}_4(t) = u(t)x_3(t) - (\lambda + u(t))x_4(t) + u(t)x_{13}(t), \\ \dot{x}_5(t) &= \lambda x_4(t) - u(t)(2x_5(t) - x_8(t) - x_{10}(t)), \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned}\dot{x}_6(t) &= \lambda x_5(t) - (\lambda + 2u(t))x_6(t) + u(t)(x_9(t) + x_{11}(t)), \\ \dot{x}_7(t) &= \lambda x_6(t) - 3u(t)x_7(t), \quad \dot{x}_8(t) = \lambda x_3(t) + u(t)(x_7(t) - 2x_8(t)), \\ \dot{x}_9(t) &= u(t)(x_8(t) - x_9(t) + x_{12}(t)), \quad \dot{x}_{10}(t) = \lambda(x_7(t) + x_{13}(t)) - 2u(t)x_{10}(t), \\ \dot{x}_{11}(t) &= u(t)(x_{10}(t) - x_{11}(t) + x_{12}(t)), \quad \dot{x}_{12}(t) = u(t)(x_7(t) - 2x_{12}(t)), \\ \dot{x}_{13}(t) &= u(t)x_6(t) - (\lambda + u(t))x_{13}(t), \quad t \in [0, T].\end{aligned}$$

В силу ограниченности ресурса вводится условие: $0 \leq u(t) \leq U$, $t \in [0, T]$.

Начальные условия имеют вид: $x_1(0) = 1$, $x_k(0) = 0, k = \overline{2, 13}$.

Целью управления является снижение расходов на проведение мероприятий по ремонту серверного оборудования с сохранением показателей его надежности на уровне, не ниже предельно установленного ($x_1(t) \geq a$) [9]. Вводим переменные $\alpha_i, i = \overline{2, 13}$, выражающие затраты на проведение работ в каждой из фаз системы в единицу времени, и дисконтирующий множитель $\delta > 0$. Для учета условия $x_1(t) \geq a$, вводим квадратичную функцию внешнего штрафа со штрафным коэффициентом $M > 0$. Тогда целевой функционал запишется в форме:

$$I(u) = \int_0^T \left(\sum_{i=2}^{13} \alpha_i x_i(t) + M \max^2 \{a - x_1(t); 0\} \right) dt.$$

Получаем задачу оптимального управления в следующей постановке.

Требуется минимизировать функционал:

$$I(u) = \int_0^T \left(\sum_{i=2}^{13} \alpha_i x_i(t) + M \max^2 \{a - x_1(t); 0\} \right) dt \rightarrow \min \quad (4)$$

при динамических ограничениях:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= -\lambda x_1(t) + u(t)x_4(t), \quad \dot{x}_2(t) = \lambda x_1(t) - u(t)(x_2(t) - x_5(t)), \\ \dot{x}_3(t) &= u(t)x_2(t) - (\lambda + u(t))x_3(t) + u(t)x_6(t),\end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned}\dot{x}_4(t) &= u(t)x_3(t) - (\lambda + u(t))x_4(t) + u(t)x_{13}(t), \\ \dot{x}_5(t) &= \lambda x_4(t) - u(t)(2x_5(t) - x_8(t) - x_{10}(t)), \\ \dot{x}_6(t) &= \lambda x_5(t) - (\lambda + 2u(t))x_6(t) + u(t)(x_9(t) + x_{11}(t)), \\ \dot{x}_7(t) &= \lambda x_6(t) - 3u(t)x_7(t), \quad \dot{x}_8(t) = \lambda x_3(t) + u(t)(x_7(t) - 2x_8(t)), \\ \dot{x}_9(t) &= u(t)(x_8(t) - x_9(t) + x_{12}(t)), \quad \dot{x}_{10}(t) = \lambda(x_7(t) + x_{13}(t)) - 2u(t)x_{10}(t), \\ \dot{x}_{11}(t) &= u(t)(x_{10}(t) - x_{11}(t) + x_{12}(t)), \quad \dot{x}_{12}(t) = u(t)(x_7(t) - 2x_{12}(t)), \\ \dot{x}_{13}(t) &= u(t)x_6(t) - (\lambda + u(t))x_{13}(t), \quad t \in [0, T],\end{aligned}$$

начальных условиях:

$$x_1(0) = 1, \quad x_k(0) = 0, \quad k = \overline{2, 13}, \quad (6)$$

ограничениях на управление:

$$0 \leq u(t) \leq U, \quad t \in [0, T]. \quad (7)$$

Сформулируем необходимые условия оптимальности для (4)-(7) с применением принципа максимума Понтрягина.

Обозначим через $p(t)$ набор сопряженных вектор-функций:

$$p(t) = (p_1(t), p_2(t), p_3(t), p_4(t), p_5(t), p_6(t), p_7(t), p_8(t), p_9(t), p_{10}(t), p_{11}(t), p_{12}(t), p_{13}(t)).$$

Функция Понтрягина задачи (4)-(7) имеет вид:

$$\begin{aligned}H(\lambda_0, t, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, u, p(t)) &= -\lambda_0 \left(\sum_{i=2}^{13} \alpha_i x_i + M \max^2 \{a - x_1; 0\} \right) + p_1(t)(-\lambda x_1 + ux_4) + \\ &+ p_2(t)(\lambda x_1 - u(x_2 - x_5)) + p_3(t)(ux_2 - (\lambda + u)x_3 + ux_6) + p_4(t)(ux_3 - (\lambda + u)x_4 + ux_{13}) + \\ &+ p_5(t)(\lambda x_4 - u(2x_5 - x_8 - x_{10})) + p_6(t)(\lambda x_5 - (\lambda + 2u)x_6 + u(x_9 + x_{11})) + \\ &+ p_7(t)(\lambda x_6 - 3ux_7) + p_8(t)(\lambda x_3 + u(x_7 - 2x_8)) + p_9(t)u(x_8 - x_9 + x_{12}) + \\ &+ p_{10}(t)(\lambda(x_7 + x_{13}) - 2ux_{10}) + p_{11}(t)u(x_{10} - x_{11} + x_{12}) + p_{12}(t)u(t)(x_7 - 2x_{12}) + \\ &+ p_{13}(t)(ux_6 - (\lambda + u)x_{13}).\end{aligned}$$

Согласно принципу максимума Понтрягина оптимальное управление $\bar{u} = \bar{u}(t)$ удовлетворяет условиям максимума:

$$H(\lambda_0, t, \bar{x}, \bar{p}(t), \bar{u}) = \max_{0 \leq u \leq U} H(\lambda_0, t, \bar{x}, \bar{p}(t), u).$$

Пусть $([\bar{x}, \bar{u}])$ – оптимальный процесс в задаче (4)-(7), введена функция переключения:

$$\begin{aligned} \varphi(t) = & p_1(t)x_4 - p_2(t)(x_2 - x_5) + p_3(t)(x_2 - x_3 + x_6) + p_4(t)(x_3 - x_4 + x_{13}) - \\ & - p_5(t)(2x_5 - x_8 - x_{10}) + p_6(t)(x_9 + x_{11} - 2x_6) - 3p_7(t)x_7 + p_8(t)(x_7 - 2x_8) + p_9(t)(x_8 - x_9 + x_{12}) - \\ & - 2x_{10}p_{10}(t) + p_{11}(t)(x_{10} - x_{11} + x_{12}) + p_{12}(t)(x_7 - 2x_{12}) + p_{13}(t)(x_6 - x_{13}). \end{aligned}$$

Тогда оптимальное управление удовлетворяет условию:

$$\bar{u}(t) = \begin{cases} 0, & \text{если } \varphi(t) > 0, \\ U, & \text{если } \varphi(t) < 0, \\ \xi \in [0, U], & \text{если } \varphi(t) = 0, \end{cases} \quad (8)$$

сопряженные функции удовлетворяют системе [4]:

$$\dot{p}_i(t) = -\frac{\partial H}{\partial x_i}(t), t \in [0, T], i = \overline{1, 13}, \quad (9)$$

и условиям трансверсальности:

$$p_i(T) = 0, i = \overline{1, 13}. \quad (10)$$

Сложность аналитического решения краевой задачи принципа максимума приводит к необходимости применения вычислительных методов для построения приближенного решения задачи [10].

Применим схему дискретной аппроксимации (шаг дискретизации $\Delta t = T/q$, q – число точек разбиения отрезка $[0, T]$). Обозначим:

$t^i = i\Delta t, x_j(t^i) = x_j^i, u(t^i) = u^i, i = \overline{0, q}, j = \overline{1, 13}$. Приближаем производные

разностными выражениями по схеме Эйлера ($\dot{x}_j(t^i) \approx \frac{x_j^{i+1} - x_j^i}{\Delta t}, i = \overline{0, q-1}, j = \overline{1, 13}$).

Аппроксимируем интеграл с помощью правила левых прямоугольников.

Получаем дискретную задачу оптимального управления, аппроксимирующую исходную с точностью $O(\Delta t)$:

$$I(u) = \sum_{i=0}^{q-1} \left(\sum_{j=2}^{13} \alpha_j x_j^i + M \max^2 \{a - x_1^i; 0\} \right) \Delta t \rightarrow \min, \quad (11)$$
$$x_1^{i+1} = x_1^i + \Delta t (-\lambda x_1^i + u^i x_4^i), \quad x_2^{i+1} = x_2^i + \Delta t (\lambda x_1^i - u^i (x_2^i - x_5^i)),$$
$$x_3^{i+1} = x_3^i + \Delta t (u^i x_2^i - (\lambda + u^i) x_3^i + u^i x_6^i), \quad x_4^{i+1} = x_4^i + \Delta t (u^i x_3^i - (\lambda + u^i) x_4^i + u^i x_{13}^i),$$
$$x_5^{i+1} = x_5^i + \Delta t (\lambda x_4^i - u^i (2x_5^i - x_8^i - x_{10}^i)),$$
$$x_6^{i+1} = x_6^i + \Delta t (\lambda x_5^i - (\lambda + 2u^i) x_6^i + u^i (x_9^i + x_{11}^i)),$$
$$x_7^{i+1} = x_7^i + \Delta t (\lambda x_6^i - 3u^i x_7^i), \quad x_8^{i+1} = x_8^i + \Delta t (\lambda x_3^i + u^i (x_7^i - 2x_8^i)),$$
$$x_9^{i+1} = x_9^i + \Delta t (u^i (x_8^i - x_9^i + x_{12}^i)), \quad x_{10}^{i+1} = x_{10}^i + \Delta t (\lambda (x_7^i + x_{13}^i) - 2u^i x_{10}^i),$$
$$x_{11}^{i+1} = x_{11}^i + \Delta t (u^i (x_{10}^i - x_{11}^i + x_{12}^i)), \quad x_{12}^{i+1} = x_{12}^i + \Delta t (u^i (x_7^i - 2x_{12}^i)),$$
$$x_{13}^{i+1} = x_{13}^i + \Delta t (u^i x_6^i - (\lambda + u^i) x_{13}^i), \quad i = \overline{0, q-1},$$
$$x_1^0 = 1, x_j^0 = 0, j = \overline{2, 13}, u^0 = u^0, 0 \leq u^i \leq U, i = \overline{0, q}.$$

Для решения дискретной задачи оптимального управления (11) доступен широкий спектр численных методов оптимального управления и нелинейного программирования, в частности, градиентные методы оптимизации, где ограничения на управления могут быть учены с помощью проекции градиента. Применение вычислительных алгоритмов позволяет построить приближенное решение поставленной задачи с допустимой точностью.

Предложенный метод решения задачи оптимального управления надежностью серверного оборудования может быть использован для создания автоматизированных систем поддержки принятия решений, используемых при построении и эксплуатации ведомственной информационной инфраструктуры.

Литература

1. Бахтинова Ч.О., Чунаева М.Э. Автоматизация системы контроля качества при организации строительства особо опасных и технически сложных объектов в России // Инженерный вестник Дона, 2022, № 3.
URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2022/7511.
 2. Душкин А.В., Цветков В.В. Вопросы моделирования состояний инженерно-технических средств охраны и надзора // Вестник Воронежского института ФСИН России, 2014, №3, с. 28-31.
 3. Сумин В.И., Чураков Д.Ю., Царькова Е.Г. Разработка моделей и алгоритмов информационных структур и процессов объектов особой важности // Промышленные АСУ и контроллеры, 2019, № 4. С. 30-39.
 4. Каяшев А.И., Рахман П.А., Шарипов М.И. Анализ показателей надежности локальных компьютерных сетей // Вестник УГАТУ. 2013. №5, с. 140-149.
 5. Омельченко В.В. Информационное обеспечение системы государственного управления национальными ресурсами: риск-ориентированный подход // Правовая информатика, 2019, № 1. С. 4-17.
 6. Tsarkova E., Belyaev A., Lagutin Y., Matveev Y., Andreeva E. Technical Diagnostics of Equipment Using Data Mining Technologies // Safety in Aviation and Space Technologies: Select Proceedings of the 9th World Congress «Aviation in the XXI Century». Cham: Springer, 2022. Pp. 345-356. URL: link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-030-85057-9_30.
 7. Игнатьева О.В. Архитектурные приемы при разработке программного обеспечения, зависящего от интерфейса пользователя // Инженерный вестник Дона, 2022, №2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2022/7478.
-



8. Вентцель Е.С. Исследование операций. М.: Советское радио, 1972. 55 с.
9. Dushkin A.V., Kasatkina T.I., Novoseltsev V.I., Ivanov S.V. An improved method for predicting the evolution of the characteristic parameters of an information system // Journal of Physics: Conference Series, Vol. 973, 2018, №1. P. 012031. URL: iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/973/1/012031/pdf.
10. Dubrovin A.S., Ogorodnikova O.V., Tsarkova E.G., Andreeva E.A., Kulikova T.N. Analysis and visualization in graph database management systems // Journal of Physics: Conference Series: Current Problems. Voronezh, V.1902, 2021, № 1. P. 012059. URL: iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/1902/1/012059.

References

1. Bahtinova CH.O., CHunaeva M.E. Inzhenernyj vestnik Dona, 2022, №3. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2022/7511.
 2. Dushkin A.V., Cvetkov V.V. Vestnik Voronezhskogo instituta FSIN Rossii, 2014, №3, pp.28-31.
 3. Sumin V.I., CHurakov D.YU., Car'kova E.G. Promyshlennye ASU i kontrollery, 2019, № 4. pp. 30-39.
 4. Kayashev A. I., Rahman P. A., SHaripov M. I. Vestnik UGATU, 2013, №5, pp. 140-149.
 5. Omel'chenko V.V. Pravovaya informatika, 2019, № 1. pp. 4-17. URL: ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD_86_Akolzin.pdf_2394.pdf.
 6. Tsarkova E., Belyaev A., Lagutin Y., Matveev Y., Andreeva E. Safety in Aviation and Space Technologies: Select Proceedings of the 9th World Congress «Aviation in the XXI Century». Cham: Springer, 2022. pp. 345-356. URL: link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-030-85057-9_30.
-



7. Ignat'eva O.V. Inzhenernyj vestnik Dona, 2022, №2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2022/7478.
8. Ventcel' E.S. Issledovanie operacij [Operations research]. M.: Sovetskoe radio, 1972. 55 p.
9. Dushkin A.V., Kasatkina T.I., Novoseltsev V.I., Ivanov S.V. Journal of Physics: Conference Series. 2018, P. 012031. URL: iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/973/1/012031/pdf.
10. Dubrovin A.S., Ogorodnikova O.V., Tsarkova E.G., Andreeva E.A., Kulikova T.N. Analysis and visualization in graph database management systems // Journal of Physics: Conference Series: Current Problems. Voronezh, V.1902, 2021, № 1. P. 012059. URL: iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/1902/1/012059.