

Методы оценки случайных погрешностей микромеханических датчиков

А.В. Архипов¹, А.С. Тимошенко²

¹ *Акционерное общество «Научно-производственный комплекс «ЭЛАРА» имени Г.А. Ильенко»*

² *Национальный исследовательский университет «МИЭТ»*

Аннотация: Целью статьи является анализ существующих методов построения модели случайных погрешностей микромеханических датчиков. Приводится сравнение различных методов для определения параметров модели случайных процессов: автокорреляционный, анализ по спектральной плотности мощности, анализ во временной области и анализ по вариации Аллана. Данное направление дополняется также рассмотрением влияния погрешностей датчиков на погрешность инерциальных навигационных систем. В заключении приводится синтез формирующих фильтров для различных случайных погрешностей микромеханических датчиков и результаты имитационного моделирования.

Ключевые слова: микромеханические датчики; автокорреляционный метод; спектральная плотность мощности; вариация Аллана; регрессионный анализ; модель погрешности.

Введение

Погрешности микромеханических датчиков угловой скорости (ДУС) делятся на случайные и систематические. Систематические погрешности в основном вызываются технологическими факторами и температурными возмущениями в условиях установившихся тепловых процессов в конструкциях чувствительных элементов. Случайные погрешности вызываются, в основном, электронными компонентами, входящими в состав электрической части.

В общем случае, чем полнее модель погрешностей и чем больше возмущающих факторов она учитывает, тем адекватнее она будет соответствовать датчику. В реальных условиях невозможно учесть абсолютно все факторы, поэтому, рассмотрению подлежат только те факторы, без учета которых ошибки показаний датчика не будут удовлетворять требованиям к каналам измерения и обработки.

Обозначим выходной сигнал датчика - y , тогда общая остаточная после калибровки модель погрешности примет следующий вид:

$$y_m = (1 + k)y_t + b(t) \quad (1)$$

В уравнении (1) - y_m реальные показания датчиков (измеренные значения), а y_t истинное значение величины. Истинное значение y_t имеет постоянную остаточную погрешность масштабного коэффициента и смещение $b(t)$, меняющееся во времени. В связи с тем, что в данном случае наибольший интерес представляет моделирование остаточной погрешности, то $b(t)$ можно рассматривать, как некомпенсированный выходной сигнал при отсутствии входного воздействия. Таким образом, $b(t)$ можно наблюдать, когда датчик является «статическим».

При моделировании случайных погрешностей микромеханических датчиков основной акцент делается на стохастический характер смещения $b(t)$. В связи с тем, что изменение масштабного коэффициента k от времени является незначительным по сравнению с $b(t)$, коэффициент k можно считать не зависящим от времени и построение стохастической модели для масштабного коэффициента является нецелесообразным.

Смещение нуля можно разделить на зависящую и инвариантную от времени составляющие:

$$b(t) = b_0 + b_R(t), \quad (2)$$

где b_0 – представляет собой постоянное нулевое смещения, в технической документации на датчики этот параметр обычно называют стабильность нуля от запуска к запуску; $b_R(t)$ – представляет собой случайный дрейф смещения или остаточное смещение после калибровки (термин «дрейф» обусловлен изменением параметра от времени).

Основное внимание в этой работе уделено модели стохастической составляющей $b_R(t)$, которая существенно выражена для микромеханических датчиков.

Модель стохастической составляющей $b_R(t)$ имеет несколько источников ошибки (IEEE STD 647, 2006, IEEE Standard Specification Format

Guide and Test Procedure for Single-Axis Laser Gyros, pp, 68-80). Моменты этих стохастических ошибок, таких как случайное блуждание со временем возрастают, что приводит к накоплению ошибки со временем.

До процедуры калибровки в первую очередь необходимо определить источники ошибки. Для моделирования $b_R(t)$ обычно используются четыре способа [1]: построение модели автокорреляционной функции [2], по спектральной плотности мощности (IEEE STD 1293, 1998, IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Linear, Single-Axis, Nongyroscopic Accelerometers, pp, 166-181), по анализу во временной области [3] и по вариации Алана (IEEE STD 647, 2006, IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Single-Axis Laser Gyros, pp, 68-80).

Анализ методов оценки случайных процессов с помощью временных рядов

Анализ с помощью временных рядов имеет различные методы, которые могут быть использованы для моделирования случайного процесса: модель *ARX* (*Autoregressive with eXternal input*), модель авторегрессии скользящего среднего *ARMAX*-модель (*AutoRegressive-Moving Average wiht eXternal input*), модель Бокса-Дженкинса, а также современные методы как наблюдение и идентификация фильтром Калмана (*OKID - Identification of Observer/Kalman Filter*) и т.д. [7]. Эти методы позволяют одновременно определять и математическую форму и численные значения параметров в математических моделях.

Метод оценки по спектральной плотности мощности

Спектральная плотность мощности (далее СПМ) является преобразование Фурье автокорреляционной функции:

$$S(\omega) = \int e^{-j\omega\Delta t} R(\Delta t) d\Delta t, \quad (3)$$

Для линейных систем, выходная СПМ является произведением входной СПМ и величины квадрата передаточной функции системы[7]:

$$S_{out}(\omega) = |H(\omega)|^2 S_{in}(\omega) \quad (4)$$

или

$$S_{out}(\omega) = H(j\omega)S_{in}(\omega)H^{*T}(j\omega), \quad (5)$$

где $H^{*T}(j\omega)$ транспонированное комплексно сопряженное.

Следовательно, для линейных, инвариантных по времени систем, при известном только выходной СПМ, и наличии белого шума на входе, можно охарактеризовать неизвестную модель.

Различные типы шумов на СПМ представлены прямыми линиями с разными наклонами [8]. На рис. 1, приведена характерная идеализированная СПМ с различными наклонами для различных типов шумов. Для реальных данных СПМ будет иметь постепенные переходы между различными наклонами СПМ (IEEE STD 1293, 1998, IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Linear, Single-Axis, Nongyroscopic Accelerometers, pp, 166-181), а не резкие (рис. 1 [4]), и наклоны могут отличаться от типичных значений.

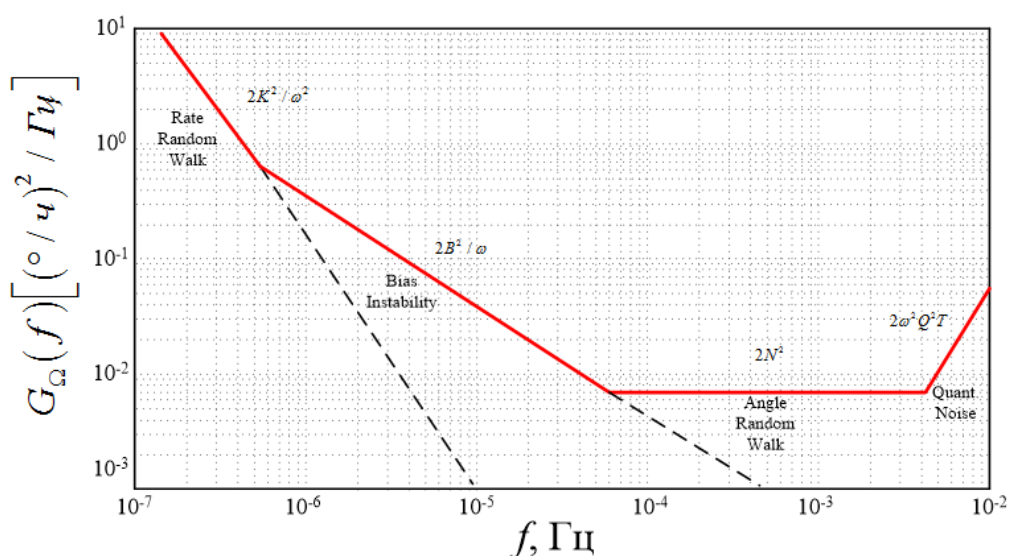


Рис. 1. – Идеализированная кусочная односторонняя PSD гироскопа

Автокорреляционный метод

Автокорреляционная функция процесса $b_R(t)$ имеет следующий вид:

$$R_{b_R}(t_1, t_2) = E[b_R(t_1)b_R(t_2)], \quad (6)$$

где E оператор математического ожидания, а t_1 и t_2 являются произвольными моментами выборки. Если случайный процесс $b_R(t)$ является стационарным, его автокорреляционная функция является функцией от разницы во времени $\Delta t = t_2 - t_1$, т.е.

$$R_{b_R}(\Delta t) = E[b_R(t)b_R(t + \Delta t)], \quad (7)$$

На рис. 2 приведен график автокорреляционной функции для гироскопа Crossbow μ Nav IMU [9]. Пик при нулевой задержке ($\Delta t = 0$), свидетельствует о широкополосности (некоррелированности) процесса. Таким образом, необходимо разложить $b_R(t)$ на две составляющие

$$b_R(t) = b_w(t) + b_c(t), \quad (8)$$

где $b_w(t)$ широкополосный случайный процесс, а $b_c(t)$ коррелированный процесс. Тогда автокорреляционная функция примет вид:

$$\begin{aligned} R_{b_R}(\Delta t) &= E[b_R(t)b_R(t + \Delta t)] \\ &= E[(b_w(t) + b_c(t))(b_w(t + \Delta t) + b_c(t + \Delta t))] \\ &= E[b_w(t)b_w(t + \Delta t)] + E[b_c(t)b_c(t + \Delta t)] \\ &= \sigma_w^2 \delta(\Delta t) + R_{b_c}(\Delta t) \end{aligned} \quad (9)$$

Равенство справедливо, т.к.

$$E[b_w(t)b_w(t + \Delta t)] = \sigma_w^2 \delta(\Delta t), \quad (10)$$

где $\delta(\Delta t)$ дельта функция.

На рис. 2 невозможно увидеть коррелированный процесс на фоне широкополосного сигнала. Для моделирования коррелированного сигнала необходимо отфильтровать исходную последовательность, чтобы подавить пик при $\Delta t = 0$. Это может быть сделано путем осреднения данных, что эквивалентно ФНЧ.

На рис. 4 детально показан участок автокорреляционной функции на котором наличие коррелированного процесса $b_c(t)$ становится очевидным.

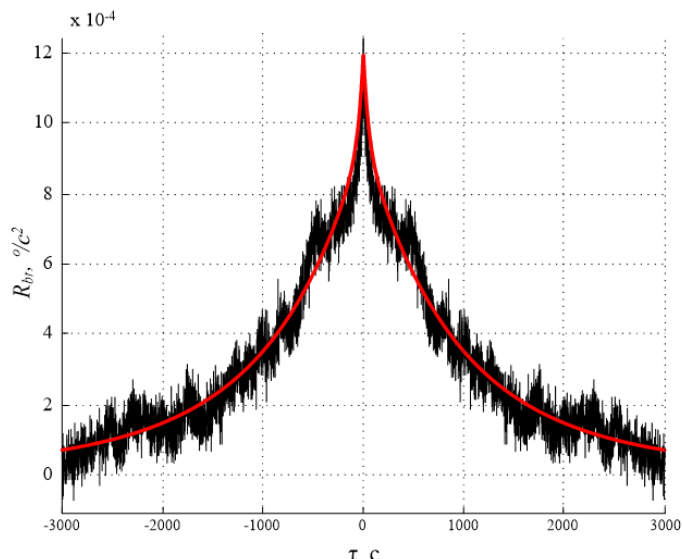


Рис. 4. - График автокорреляционной микромеханического гироскопа μNav фирмы Crossbow Technology, Inc (USA, California) с полосой пропускания 1 Гц, масштаб данных увеличен, чтобы детально показать коррелированный процесс

ГМП можно рассматривать, как сигнал на выходе ФНЧ с частотой среза $f_c = 1 / 2\pi\tau$, на вход которого подается белый шум $w(t)$ со спектральной плотностью мощности $Q_w = 2\sigma_s^2 / \tau$, где σ_s^2 дисперсия $s(t)$. Во временной области процесс может быть описан дифференциальным уравнением первого порядка [11]:

$$\dot{s}(t) = -\frac{1}{\tau}s(t) + w(t), \quad (11)$$

где τ - постоянная времени (время корреляции) и $w(t)$ – белый шум.

Автокорреляционная функция этого процесса (рис. 6) имеет вид:

$$R_s(\Delta t) = \sigma_s^2 e^{-\frac{|\Delta t|}{\tau}} \quad (12)$$

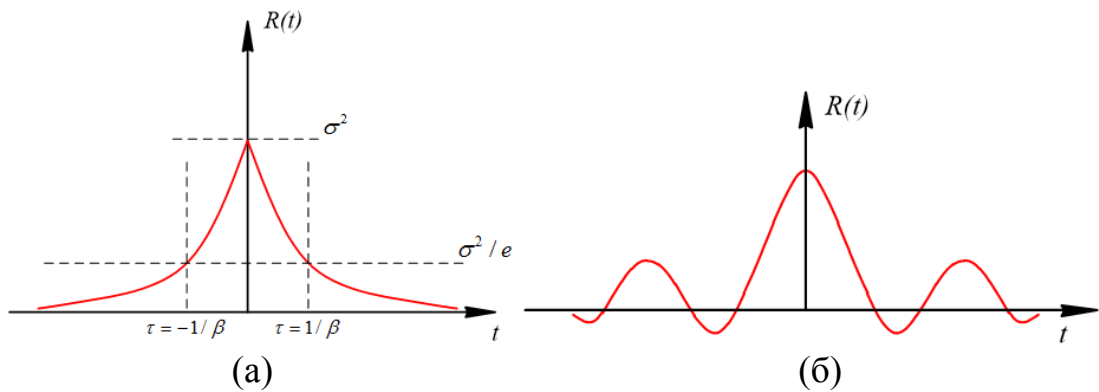


Рис. 5. - Автокорреляционная функция Гаусса-Марковского процесса
а) первого и б) второго порядков

Автокорреляционная функция Гаусса-Марковского процесса второго порядка (рис. 5, б) описывается уравнением [2]:

$$R_s(\Delta t) = \sigma^2 e^{-\beta^2 |\tau|} (1 + \beta_2 |\tau|) \quad (13)$$

Из рис.4 – рис.5 ясно, что характер процесса адекватно возможно описать только при использовании ГМП порядка более высокого уровня или суммы из нескольких процессов первого уровня с различными постоянными времени. Опытным путем установлено наиболее точно автокорреляционная функция $R_c(\Delta t)$ описывается суммой трех ГМП первого порядка.

$$R_c(\Delta t) = 0,2\sigma_c^2 e^{-\frac{|\Delta t|}{50}} + 0,6\sigma_c^2 e^{-\frac{|\Delta t|}{800}} + 0,2\sigma_c^2 e^{-\frac{|\Delta t|}{2000}}, \quad (14)$$

где $\sigma_c^2 = 12 \cdot 10^{-4} (\text{°/с})^2$ это дисперсия коррелированного процесса $b_c(t)$.

Согласно уравнению (8) - $b_R(t)$ является суммой широкополосного случайного сигнала и нескольких случайных коррелированных процессов. Таким образом, стохастическая модель случайных и остаточных погрешностей (после калибровки) имеет следующий вид:

$$b_R(t) = b_w(t) + b_c(t) = b_w(t) + \sum_{i=1}^N b_i(t), \quad (15)$$

где $b_w(t)$ – широкополосный случайный процесс, $b_c(t)$ – коррелированный процесс представляющий сумму нескольких $b_i(t)$, где $b_i(t)$ - i коррелированный процесс.

Анализ по вариации Аллана

В 1966 году Давид Аллан предложил простой дисперсионный анализ для изучения стабильности гетеродина, метод был назван вариацией Аллана. Детальное описание метода вариации Аллана приводится в оригинальной работе [12], а также применение метода для инерциальных датчиков приведено в работах [13], [14].

Если стохастические ошибки статистически независимы друг от друга, то общая дисперсия Аллана для инерциальных датчиков может быть выражена как:

$$\sigma_{\Sigma}^2 = \sigma_Q^2 + \sigma_{ARW}^2 + \sigma_{BI}^2 + \sigma_{RRW}^2 + \sigma_S^2 + \sigma_{RR}^2 + \sigma_{CN}^2, \quad (16)$$

Для детального рассмотрения структуры коррелированных шумов на рис. 6 приведена вариация Аллана для одного гироскопа μNav . Коррелированные и некоррелированные части погрешностей отделены и построены отдельно.

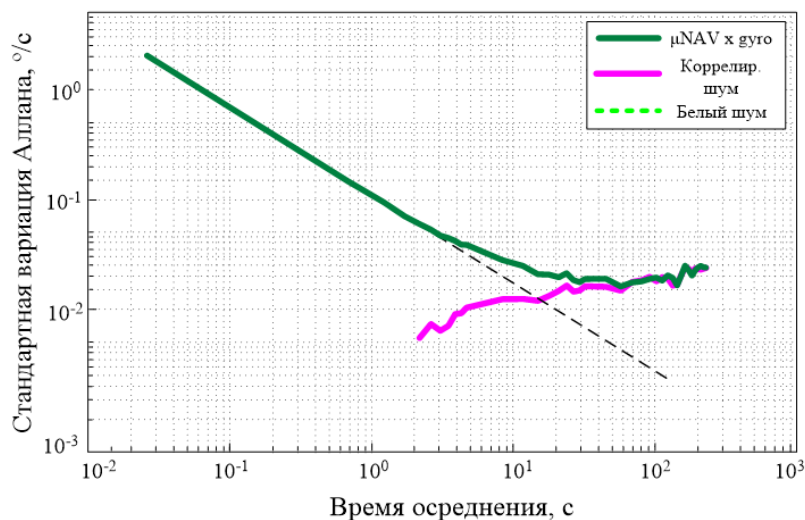


Рис. 6. - Вариация Алана для гироскопа μNav , белого и коррелированного шума

В работах связанных с исследованием микромеханических датчиков подобное изменение кривой при нулевом наклоне моделировалось, как фликкер шум или нестабильность нуля [6, 20-23].

На основании выше изложенного $b_R(t)$ является суммой широкополосного случайного сигнала, который является основным источником погрешности для малого τ_a и нескольких коррелированных стохастических процессов, которые начинают преобладать при больших значениях τ_a . Таким образом, модель для $b_R(t)$ или остаточной ошибки после калибровки имеет тот же вид, что и в уравнении (8):

$$b_R(t) = b_w(t) + b_c(t), \quad (17)$$

где $b_w(t)$ - широкополосный случайный процесс, $b_c(t)$ - коррелированный процесс.

Рассмотрим основные типы шумов инерциальных датчиков.

1) Шум квантования (Quantization Noise).

Шум квантования вызван разницей между мгновенным значением амплитуды исходного и оцифрованного сигналов при аналогово-цифровом преобразовании [10].

В соответствии с уравнением (4) СПМ шумов квантования выражена через передаточную функцию формирующего фильтра следующим соотношением:

$$G_{qn}(j\omega) = j\omega Q\sqrt{T} \quad (18)$$

Таким образом, дифференциальное уравнение шумов квантования имеет вид:

$$d_{qn}(t) = Q\sqrt{T}\dot{u}(t), \quad (19)$$

где $u(t)$ - единичный белый шум.

Т.е. если шум квантования непосредственно включить в уравнения ошибки *INS* [6], он будет являться источником шума, который описывается производной от белого шума. Согласно теории фильтра Калмана, оптимальная оценка может быть выполнена только по дифференциальным уравнениям белого шума [2]. Таким образом, шум квантования не может быть непосредственно включен в уравнения ошибки *INS*.

Тем не менее, существует способ [9] включить шум квантования в уравнения ошибок INS косвенно. Запишем уравнение ошибки INS для угла ψ [6]:

$$\begin{aligned}\delta\dot{n} &= \delta v - \omega_{en} \cdot \delta n \\ \delta\dot{v} &= -(\omega_{in}^n + \omega_{ie}^n)\delta v - \psi f^b + \delta g^n + C_b^n \nabla^b, \\ \dot{\psi} &= -\omega_{in}^n \psi + C_b^n \varepsilon^b\end{aligned}\quad (20)$$

где $\delta\alpha_q^b$ - шум квантования гироскопа, δv_q^b - шум квантования акселерометра.

Хотя шум квантования является производной от белого шума в плане угловой скорости и ускорения, с точки зрения пространственной ориентации и скорости шум квантования является белым шумом [9]. Уравнения ошибок скорости и пространственной ориентации с учетом шума квантования примут следующий вид:

$$\begin{aligned}\delta\hat{v} &= \delta v - C_b^n \delta v_q^b \\ \hat{\psi} &= \psi - C_b^n \delta\alpha_q^b\end{aligned}\quad (21)$$

Продифференцируем обе части уравнения (21) и подставим в уравнение (20), принимая во внимание:

$$\dot{C}_b^n = C_b^n (\omega_{in}^b) - (\omega_{in}^b) C_b^n \quad (22)$$

В результате получаем уравнения ошибок INS:

$$\begin{aligned}\delta\dot{n} &= \delta\hat{v} - \omega_{en} \cdot \delta n + C_b^n \delta v_q^b \\ \delta\dot{v} &= -(\omega_{in}^n + \omega_{ie}^n)\delta\hat{v} - \hat{\psi} f^b + \\ &\delta g^n + C_b^n (\nabla^b - \delta\dot{v}_q^b) + C_b^n f^b \cdot \delta\alpha_q^b - \\ &[(\omega_{ie}^n) C_b^n + C_b^n (\omega_{ib}^b)] \delta v_q^b \\ \dot{\hat{\psi}} &= -\omega_{in}^n \hat{\psi} + C_b^n (\varepsilon^b - \delta\dot{\alpha}_q^b) - C_b^n (\omega_{ib}^b) \delta\alpha_q^b\end{aligned}\quad (23)$$

С помощью уравнения (23), шумы квантования гироскопа и акселерометра включены в уравнениях ошибки INS. В уравнениях (24) шум

квантования эквивалентен белому шуму для уравнений ошибок координаты, скорости и пространственной ориентации:

$$\begin{aligned}
 & C_b^n \delta v_q^b \\
 C_b^n f^b \times \delta \alpha_q^b - & \left[(\omega_{ie}^n \times) C_b^n + C_b^n (\omega_{ib}^b \times) \right] \delta v_q^b \\
 & - C_b^n (\omega_{ib}^b \times) \delta \alpha_q^b
 \end{aligned} \tag{24}$$

После преобразования (24) шумы квантования гироскопов и акселерометров могут быть включены в уравнения ошибок INS.

2) Случайное блуждание угла (*Angle Random Walk - ARW*).

Основным источником этой ошибки являются спонтанные электронные колебания в датчике, а также остальные высокочастотные составляющие шума, которые имеют время корреляции значительно меньше чем время выборки [16]. *ARW* имеет рациональный спектр и моделируется как белый шум.

Дифференциальное уравнение *ARW* имеет вид [15]:

$$arw(t) = Nv(t) \tag{25}$$

В уравнении 25, N -коэффициент вариации Аллана для *ARW*; $v(t)$ - единичный белый шум.

$$R_{xx}(\tau) = P_{xx} \delta \tau \tag{26}$$

$$S_{xx}(\omega) = P_{xx}, \tag{27}$$

где P_{xx} - автоковариационная функция:

$$P_{xx}(\tau) = \frac{1}{N-\tau} \sum_{i=1}^{N-\tau} (x(t_i) - \bar{x})(x(t_i + \tau) - \bar{x})^T \tag{28}$$

Таким образом, формирующий фильтр *ARW* имеет вид приведенный на рис. 7.

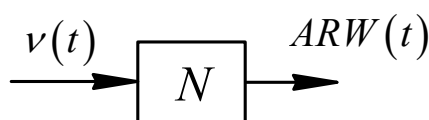


Рис. 7. - Формирующий фильтр *ARW*

3) Нестабильность нуля (*Bias Instability*).

Происхождение этого источника шума обусловлено электронными или другими компонентами создающими фликер шум.

Для связи методов стохастического анализа по вариации Аллана и автокорреляционного целесообразно использовать модель ГМП 1-го порядка. Дифференциальное уравнение для шумов нестабильности нуля имеет следующий вид: [16]

$$\begin{aligned} \dot{f}_n(t) &= -\beta f_n(t) + \beta B v(t) \\ &\text{или} \\ \dot{x}(t) &= -\alpha x + \sigma \sqrt{2\alpha} w(t), \end{aligned} \quad (29)$$

где β является обратной постоянной времени, которая может быть определена автокорреляционным анализом; B - коэффициент нестабильности нуля по вариации Аллана и $v(t)$ - единичный белый шум.

Нестабильность нуля на СПМ построенной в логарифмическом масштабе имеет наклон -1 для частот ниже частоты среза и нулевой наклон на более высоких частотах.

$$\begin{aligned} R_{xx}(\tau) &= P_{xx} e^{-|\tau|/T} \\ \psi(\tau) &= \sigma^2 e^{-\alpha|\tau|} \end{aligned} \quad (30)$$

$$S_{xx}(\omega) = \frac{2P_{xx}/T}{\omega^2 + (1/T)^2}, \quad (31)$$

$$\Psi(\omega) = \frac{2\sigma^2\alpha}{\omega^2 + \alpha^2}$$

Таким образом, формирующий фильтр для нестабильности нуля имеет вид, приведенный на рис. 8 [17].

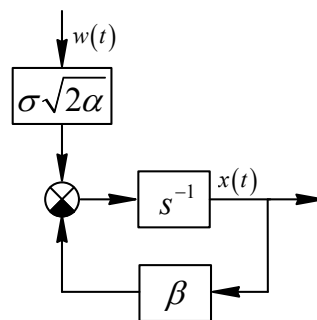


Рис. 8. - Формирующий фильтр нестабильности нуля

4) Случайное блуждание скорости (*Rate Random Walk - RRW*).

Это случайный процесс неизвестного происхождения, возможно являющийся предельным случаем экспоненциально коррелированного шума с очень большим временем корреляции.

RRW имеет рациональный спектр так, что его модель может быть получена при помощи спектральной плотности мощности:

$$S_{\Omega}(f) = \left(\frac{K}{2\pi} \right)^2 \frac{1}{f^2} \quad (32)$$

Дифференциальное уравнение для *RRW* может быть сформулировано, как уравнение [15]:

$$r\dot{w}(t) = Kv(t) \quad (33)$$

В уравнениях (32), (33), *K*-коэффициент вариации Аллана *RRW* и $v(t)$ - единичный белый шум.

RRW на СПМ построенной в логарифмическом масштабе имеет наклон имеет наклон -2. Формирующий фильтр для *RRW* имеет вид приведенный на рис. 9.

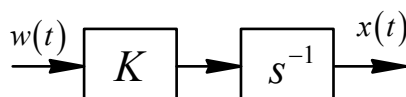


Рис. 9. Формирующий фильтр *RRW*

Имитационное моделирование

На основании математических моделей построены имитационные модели (рис. 10, 11) основных источников случайных погрешностей датчиков первичной информации и их автокорреляционные функции.

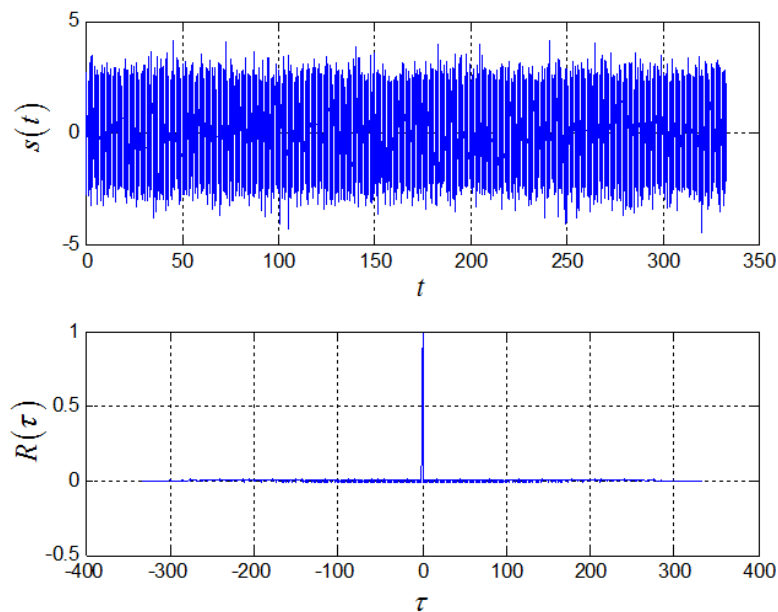


Рис. 10. - Белый шум

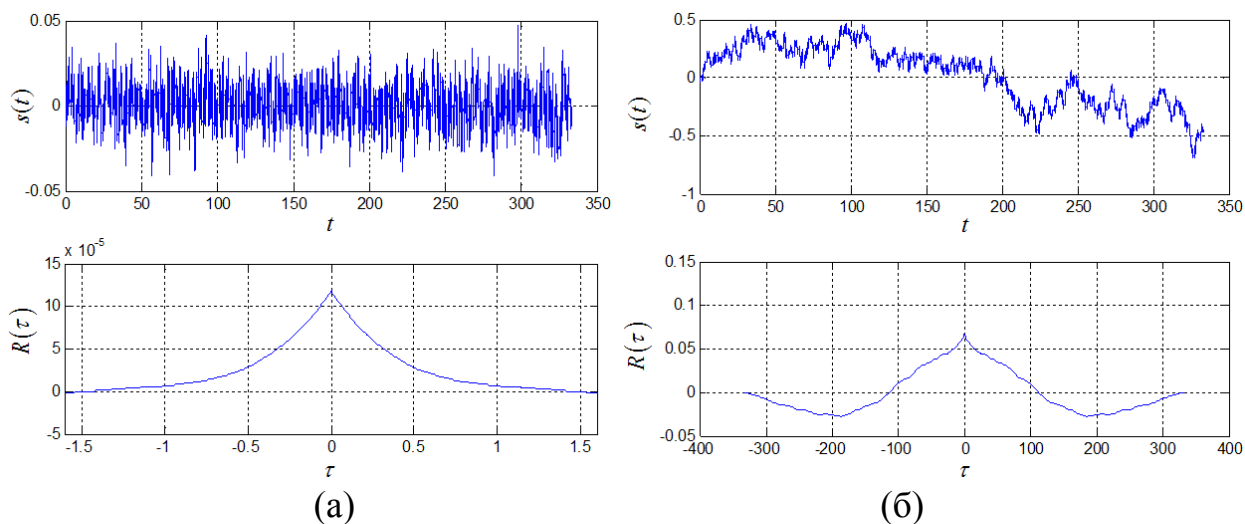


Рис. 11. - Гаусса-Марковский процесс а) 1-го и б) 2-го порядков

На рис. 12 приведена вариация Аллана для суммы трех основных шумов, моделирующих следующие характеристики гироскопа: *ARW*, *Bias Instability*, *RRW*.

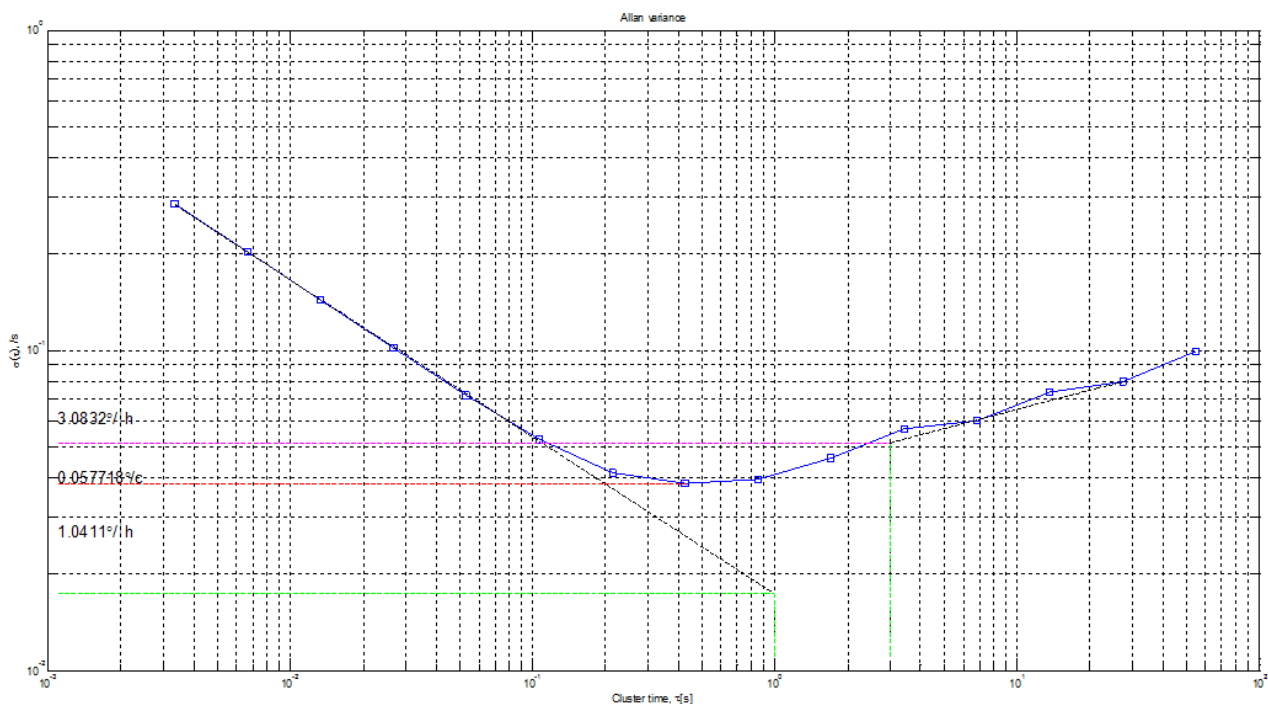


Рис. 12. - Кривая стандартного отклонения Аллана для суммы шумов

Результаты имитационного моделирования, приведенные на рисунках 10-12 подтверждают адекватность рассмотренных в статье математических моделей случайных погрешностей.

Литература

1. Songlai Han, Jinling Wang, Nathan Using Allan variance to determine the calibration model of inertial sensor for GPS/INS integration, pp. 295-301, 2009.
2. Brown, R.G., Hwang, Patrick Y. C. Introduction to Random Signals and Applied Kalman Filtering with Matlab Exercises and Solutions, John Wiley & Sons, New York, pp. 105-111, 299-304, 1997.
3. Nassar, S. Improving the Inertial Navigation System Error Model for INS and INS/DGPS Applications, Doctor Thesis, University of Calgary, pp. 325-334, 2003.
4. Y. Yi, "On improving the accuracy and reliability of gps/ins-based direct sensor georeferencing," Ph.D. dissertation, Ohio State University, pp. 74-77, 2007.



5. L. Ljung, System Identification: Theory for the User. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, pp. 441-443, 1987.

6. Goshen-Meskin, D., Bar-Itzhack, I., Y. Unified Approach to Inertial Navigation System Error Modeling, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 15(3): pp. 648-653, 1992.

7. P. Händel, R. Ottoson and H. Hjalmarsson, Signalteori, Sinit förlag, Stockholm, First edition: ISBN 91-974087-0-0. 2002, second edition ISBN 91-974087-1-9, 2002 and third edition ISBN 91-974087-2-7, p. 276, 2004.

8. Yueming Zhao, Milan Horemuz, Lars E. Sjöberg STOCHASTIC Stochastic modeling and analysis of IMU sensor errors. Archives of Photogrammetry, Cartography and Remote Sensing, Vol. 22, 2011, pp. 437-449 ISSN 2083-2214

9. Savage, P., G., 2002, Analytical Modeling of Sensor Quantization in Strapdown Inertial Navigation Error Equations, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 25(5): pp. 833-842.

10. Calibration and Stochastic Modelling of Inertial Navigation Sensor Errors Mohammed El-Diasty and Spiros Pagiatakis Dept. of Earth & Space Science & Engineering, York University, Canada, Journal of Global Positioning Systems (2008) Vol.7, No. 2 : pp. 170-182.

11. A. E. Bryson, Applied Linear Optimal Control: Examples and Algorithms. Cambridge University Press, pp. 134-137, 2002.

12. D. W. Allan, "Statistics of atomic frequency standards," in Proceedings of the IEEE, vol. 54, no. 2, 1966, pp. 221-230.

13. M. M. Tehrani, "Ring laser gyro data analysis with cluster sampling technique," Proceedings of SPIE, no. 2: pp. 207-220.

14. L. C. Ng and D. J. Pines, "Characterization of ring laser gyro performance using the allan variance method," AIAA Journal of Guidance Control and Navigation, no. 1, pp. 211-213, 1984.

15. Allan Variance Analysis on Error Characters of MEMS Inertial Sensors for an FPGA-based GPS/INS System: Xin Zhang, Yong Li, Peter Mumford, Chris Rizos, University of New South Wales, Australia, pp. 127–133.

16. Vaibhav Saini, S C Rana, and M M Kuber. Online estimation of state space error model for mems imu. Journal of Modelling and Simulation of Systems, pp. 219–225, 2010.

17. Kalman Filtering: Theory and Practice using MATLAB by Mohinder S. Grewal and Angus P. Andrews., pp. 404-423, 2012.

18. N. El-Sheimy, H. Hou, and X. Niu, “Analysis and modeling of inertial sensors using allan variance,” IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, vol. 57, no. 1, pp.140-149, 2008.

19. A. M. Sabatini, “A wavelet-based bootstrap method applied to inertial sensor stochastic error modelling using the allan variance,” Institute of Physics Publishing, Measurement Science and Technology, vol. 17, pp. 2980–2988, 2006.

20. X. N. nad Sameh Nassar and N. El-Sheimy, “An accurate land-vehicle mems imu/gps navigation system using 3d auxilliary velocity updates,” Navigation, vol. 54, no. 3, pp. 177-188, 2007.

21. H. Kim, J. G. Lee, and C. G. Park, “Performance improment of gps/ins integrated system using Allan variance analysis,” in The 2004 Internation Symposium on GPSS/GPS, pp. 534–540, 2004.

22. М.А. Ломакин Особенности построения модели погрешности МЭМС-датчиков при решении навигационной задачи // Инженерный вестник Дона. 2014, №2 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2014/2398

23. Б.Г. Коноплев, И.Е. Лысенко, Е.В. Шерова. Интегральный сенсор угловых скоростей и линейных ускорений // Инженерный вестник Дона, 2010, №3 URL: ivdon.ru/magazine/archive/n3y2010/240

24. Королев А.Н., Павлов С.В. Организация полигонной отработки перспективных технологий координатно-временного и навигационного



обеспечения в Ростовской области // Инженерный вестник Дона, 2012, №3
URL: ivdon.ru/magazine/archive/n3y2012/918

References

1. Songlai Han, Jinling Wang, Nathan Using Allan variance to determine the calibration model of inertial sensor for GPS/INS integration, pp. 295-301, 2009.
2. Brown, R.G., Hwang, Patrick Y. C. Introduction to Random Signals and Applied Kalman Filtering with Matlab Exercises and Solutions, John Wiley & Sons, New York, pp. 105-111, 299-304, 1997.
3. Nassar, S. Improving the Inertial Navigation System Error Model for INS and INS/DGPS Applications, Doctor Thesis, University of Calgary, pp. 325-334, 2003.
4. Y. Yi, "On improving the accuracy and reliability of gps/ins-based direct sensor georeferencing," Ph.D. dissertation, Ohio State University, pp. 74-77, 2007.
5. L. Ljung, System Identification: Theory for the User. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, pp. 441-443, 1987.
6. Goshen-Meskin, D., Bar-Itzhack, I., Y. Unified Approach to Inertial Navigation System Error Modeling, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 15(3): pp. 648-653, 1992.
7. P. Händel, R. Ottoson and H. Hjalmarsson, Signalteori, Sinit förlag, Stockholm, First edition: ISBN 91-974087-0-0. 2002, second edition ISBN 91-974087-1-9, 2002 and third edition ISBN 91-974087-2-7, p. 276, 2004.
8. Yueming Zhao, Milan Horemuz, Lars E. Sjöberg STOCHASTIC Stochastic modeling and analysis of IMU sensor errors. Archives of Photogrammetry, Cartography and Remote Sensing, Vol. 22, 2011, pp. 437-449 ISSN 2083-2214
9. Savage, P., G., 2002, Analytical Modeling of Sensor Quantization in Strapdown Inertial Navigation Error Equations, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 25(5): pp. 833-842.

10. Calibration and Stochastic Modelling of Inertial Navigation Sensor Errors Mohammed El-Diasty and Spiros Pagiatakis Dept. of Earth & Space Science & Engineering, York University, Canada, Journal of Global Positioning Systems (2008) Vol.7, No. 2 : pp. 170-182.
 11. A. E. Bryson, Applied Linear Optimal Control: Examples and Algorithms. Cambridge University Press, pp. 134-137, 2002.
 12. D. W. Allan, "Statistics of atomic frequency standards," in Proceedings of the IEEE, vol. 54, no. 2, 1966, pp. 221–230.
 13. M. M. Tehrani, "Ring laser gyro data analysis with cluster sampling technique," Proceedings of SPIE, no. 2: pp. 207–220.
 14. L. C. Ng and D. J. Pines, "Characterization of ring laser gyro performance using the allan variance method," AIAA Journal of Guidance Control and Navigation, no. 1, pp. 211–213, 1984.
 15. Allan Variance Analysis on Error Characters of MEMS Inertial Sensors for an FPGA-based GPS/INS System: Xin Zhang, Yong Li, Peter Mumford, Chris Rizos, University of New South Wales, Australia, pp. 127–133.
 16. Vaibhav Saini, S C Rana, and M M Kuber. Online estimation of state space error model for mems imu. Journal of Modelling and Simulation of Systems, pp. 219–225, 2010.
 17. Kalman Filtering: Theory and Practice using MATLAB by Mohinder S. Grewal and Angus P. Andrews., pp. 404-423, 2012.
 18. N. El-Sheimy, H. Hou, and X. Niu, "Analysis and modeling of inertial sensors using allan variance," IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, vol. 57, no. 1, pp.140-149, 2008.
 19. A. M. Sabatini, "A wavelet-based bootstrap method applied to inertial sensor stochastic error modelling using the allan variance," Institute of Physics Publishing, Measurement Science and Technology, vol. 17, pp. 2980–2988, 2006.
-



20. X. N. nad Sameh Nassar and N. El-Sheimy, “An accurate land-vehicle mems imu/gps navigation system using 3d auxilliary velocity updates,” Navigation, vol. 54, no. 3, pp. 177-188, 2007.

21. H. Kim, J. G. Lee, and C. G. Park, “Performance improment of gps/ins integrated system using Allan variance analysis,” in The 2004 Internation Symposium on GPSS/GPS, pp. 534–540, 2004.

22. M.A. Lomakin Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2014, №2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2014/2398

23. B.G. Konoplev, I.E. Ly`senko, E.V. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2010, №3. URL: ivdon.ru/magazine/archive/n3y2010/240

24. Korolev A.N., Pavlov S.V. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2012, №3. URL: ivdon.ru/magazine/archive/n3y2012/918