

## Структурно-инвариантный оператор решения задач стабилизации программных движений сложной динамической системы с ограничениями

*А. А. Ефремов*

*Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург*

**Аннотация:** Сложная динамическая система задана структурно-инвариантным оператором. Структура оператора позволяет сформулировать задачи стабилизации программных движений или положения равновесия сложной динамической системы с ограничениями на координаты состояний и управления. Решение указанных задач позволяет синтезировать структурно-инвариантный оператор сложной динамической системы с ограничениями-неравенствами на вектор локально-допустимых управлений и координат состояний. Выполнены вычислительные эксперименты, подтверждающие корректность синтезированного структурно-инвариантного проекционного оператора.

**Ключевые слова:** структурно-инвариантный оператор, стабилизация программных движений, сложная нелинейная динамическая система, проекционный оператор, SimInTech.

### Введение

Существуют различные определения понятия «сложная система» [1]. В работе сложная система рассматривается как множество взаимосвязанных и взаимодействующих между собой нелинейных подсистем, выполняющих самостоятельные и общесистемные функции и цели управления [2]. Синтез подобных систем вызывает трудности, связанные большим количеством уравнений подсистем и связей [3-7]. Нелинейность и ограничения на управления и/или координаты состояний также существенно усложняют процесс синтеза [8-10].

Для синтеза сложной динамической системы в работе предлагается использовать проекционно-операторные методы математического программирования [11]. Указанные методы представляются наиболее универсальными для решения задач с ограничениями, учитывающими модели систем, требования к их динамике и управлению [12].

## Разностный структурно-инвариантный оператор сложной динамической системы

В работе [13], для описания сложных систем предлагается методика синтеза структурно-инвариантных операторов. Данная методика позволяет компактно формализовать сложные динамические системы. Структура указанных операторов не зависит от количества подсистем и сохраняет структуру исходных операторов. Далее синтезирован разностный нелинейный структурно-инвариантный оператор сложной динамической системы.

Рассмотрим сложную динамическую систему, состоящую из «s» подсистем. Пусть g-я подсистема задана нелинейным стационарным разностным оператором локально управляемым по Н.Н. Петрову [14]:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1}^g &= \mathbf{H}(\mathbf{x}_k^g) + \mathbf{F}^g \mathbf{u}_k^g, \\ \mathbf{y}_k^g &= \mathbf{C}_y^g \mathbf{x}_k^g, \mathbf{x}_{k_0}^g = \mathbf{x}_0^g. \end{aligned} \quad (1)$$

Векторы и матрицы разностного оператора (1) для подсистемы с номером «g» имеют вид:  $\mathbf{x}_{k+1}^g \in \mathbf{R}^n$ ,  $\mathbf{x}_k^g \in \mathbf{R}^n$ ,  $\mathbf{y}_k^g \in \mathbf{R}^l$ ,  $\mathbf{u}_k^g \in \mathbf{R}^m$ ,  $\mathbf{F}^g \in \mathbf{R}^{n \times m}$ ,  $\mathbf{C}_y^g \in \mathbf{R}^{l \times n}$ ,  $\mathbf{H}^g(\mathbf{x}_k^g) \in \mathbf{R}^n$ .

Разностный структурно-инвариантный оператор сложной динамической системы, состоящей из «s» нелинейных динамических подсистем (1), имеет вид:

$$\mathbf{X}_{k+1} = \tilde{\mathbf{H}}(\mathbf{X}_k) + \tilde{\mathbf{F}}\mathbf{U}_k, \mathbf{Y}_k = \tilde{\mathbf{C}}_Y \mathbf{X}_k, \mathbf{X}_{k_0} = \mathbf{X}_0, \quad (2)$$

где  $\mathbf{X}_{k+1}^i = [x_1^i, \dots, x_g^i, \dots, x_s^i]_{k+1}^T \in \mathbf{R}^s$  – вектор, составленный из i-ых компонентов векторов координат состояний  $\mathbf{x}_{k+1}^g$  каждой из динамических подсистем,  $\mathbf{H}^i(\mathbf{X}_k) = [h^i(x_1), h^i(x_2), \dots, h^i(x_s)]_k^T \in \mathbf{R}^s$  – вектор составленный из i-ых строк функциональных векторов  $\mathbf{H}(\mathbf{x}_k^g)$  «s» динамических подсистем

(1),  $\mathbf{U}_k^i = [u_1^i, \dots, u_g^i, \dots, u_s^i]^T \in \mathbf{R}^s$  – вектор, составленный из  $i$ -ых компонентов векторов управляющих воздействий  $\mathbf{u}_k^g$  рассматриваемых динамических подсистем,  $\mathbf{Y}_k^i = [y_1^i, \dots, y_g^i, \dots, y_s^i]^T \in \mathbf{R}^s$  – вектор, составленный из  $i$ -ых компонентов векторов выходных координат  $\mathbf{y}_k^g$  динамических подсистем, диагональная матрица составленная из  $ij$  элементов матриц управления  $\mathbf{F}^g$  имеет вид  $\mathbf{F}_{ij} = \text{diag} \{f_{ij}^1, \dots, f_{ij}^g, \dots, f_{ij}^s\} \in \mathbf{R}^{s \times s}$ .

### Разностный структурно-инвариантный оператор решения задач стабилизации программных движений сложной динамической системы с ограничениями

Проекционно-операторные методы «погружают» задачи синтеза управлений в задачи конечномерной оптимизации. Постановка и решение задач синтеза динамических систем с ограничениями на основе указанных методов описаны в [15]. Преобразование разностного структурно-инвариантного оператора сложной динамической системы (2) к равенству:

$$\tilde{\mathbf{A}}\mathbf{Z}_k = \left[ \mathbf{E}_{ns \times ms} \mid -\tilde{\mathbf{F}} \right] \times \begin{bmatrix} \mathbf{X}^{k+1} \\ \mathbf{U}_k \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{H}}(\mathbf{X}_k) = \mathbf{b}_k \quad (3)$$

позволяет применить результаты [15] и сразу записать разностный структурно-инвариантный оператор решения задач стабилизации программных движений сложной динамической системы с ограничениями на локально-допустимые управления и координаты состояний в виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{k+1} &= \tilde{\mathbf{H}}(\mathbf{X}_k) + \gamma_k \tilde{\mathbf{F}}\mathbf{U}_k(\mathbf{X}_k, \theta) \in \mathbf{R}^{sn}, \\ \mathbf{U}_k &= \mathbf{T}_u \tilde{\mathbf{Z}}_k(\mathbf{X}_k, \theta) = \mathbf{T}_u \left[ \theta(\mathbf{P}^+ \mathbf{b}_k + \sigma_{k1} \mathbf{P}^0 \mathbf{C}_k) + (1-\theta)(\mathbf{P}^+ \mathbf{b}_k + \sigma_{k2} \mathbf{P}^0 \mathbf{C}_k) \right]. \end{aligned} \quad (4)$$

В операторе (4)  $\mathbf{T}_u = [0_{ms \times ns} \mid E_{ms \times ms}]$ ,  $\mathbf{C} = [\mathbf{C}_x \mid \mathbf{C}_u]^T \in \mathbf{R}^{n+m}(\mathbf{R}^s)$  – обобщенный блочный вектор допустимых программных движений координат состояний и

управлений,  $\tilde{\mathbf{A}} = [\mathbf{E}_{ns \times ms} \mid -\tilde{\mathbf{F}}]$ ,  $\tilde{\mathbf{H}}(\mathbf{x}_k) = \mathbf{b}_k \quad r \in \mathbf{R}$ ,  $\mathbf{P}^0 = \mathbf{E}_n - \tilde{\mathbf{A}}^T (\tilde{\mathbf{A}} \tilde{\mathbf{A}}^T)^{-1} \tilde{\mathbf{A}}$ ,  
 $\alpha_k = \mathbf{b}_k^T (\mathbf{P}^+)^T \mathbf{C}_k - \mathbf{b}_k^T (\mathbf{P}^+)^T \mathbf{P}^+ \mathbf{b}_k + \mathbf{C}_k^T \mathbf{P}^+ \mathbf{b}_k + \mathbf{C}_k^T \mathbf{P}^0 \mathbf{C}_k - \mathbf{C}_k^T \mathbf{C}_k + r^2$ ,  $g_k = \mathbf{C}_k^T \mathbf{P}^0 \mathbf{C}_k$ ,  
 $\mathbf{P}^+ = \tilde{\mathbf{A}}^T (\tilde{\mathbf{A}} \tilde{\mathbf{A}}^T)^{-1}$ ,  $\sigma_1 = 1 - \sqrt{\alpha_k / g_k}$ ,  $\sigma_2 = 1 + \sqrt{\alpha_k / g_k}$ ,  $\gamma \in \mathbf{R}$  – параметр обратной связи.

Для определения параметра обратной связи использовано равенство, полученное в [16]:

$$|\gamma_k| = 0,99 \left( \|\tilde{\mathbf{F}}\|_2 \times \|\mathbf{T}_u\|_2 \times \left\langle \|\mathbf{P}^+\|_2 \times \|\tilde{\mathbf{H}}(\mathbf{x}_k)\|_2 + L_\alpha |1 - 2\theta| \right\rangle \right)^{-1} \left( 1 - \|\tilde{\mathbf{H}}(\mathbf{x}_k)\|_2 \right), \quad (5)$$

где  $L_\alpha = \|\mathbf{P}^+\|_2^2 \times \|\tilde{\mathbf{H}}(\mathbf{x}_k)\|_2^2 \times (2r + 2\|\mathbf{C}_k\|_2) + 2\|\tilde{\mathbf{H}}(\mathbf{x}_k)\|_2 \times \|\mathbf{P}^+\|_2 \times \|\mathbf{C}_k\|_2$  – постоянная Липшица.

### Вычислительный эксперимент

Для вычислительного эксперимента, в среде моделирования SimInTech [17], синтезирована информационная модель электроэнергетического объединения, состоящего из 3 электроэнергетических систем (рис. 1).

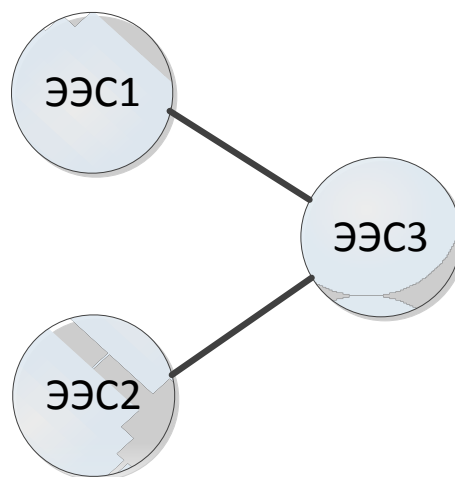


Рис. 1 Структура электроэнергетического объединения

Электромагнитные процессы в указанном электроэнергетическом объединении описывает структурно-инвариантный оператор:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}'_d \\ \mathbf{I}'_q \\ \mathbf{I}'_f \\ \mathbf{I}'_{rd} \\ \mathbf{I}'_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11}\mathbf{I}_d + \mathbf{A}_{12}\boldsymbol{\Omega}\mathbf{I}_q + \mathbf{A}_{13}\mathbf{I}_f + \mathbf{A}_{14}\mathbf{I}_{rd} + \mathbf{A}_{15}\boldsymbol{\Omega}\mathbf{I}_{rq} \\ \mathbf{A}_{21}\boldsymbol{\Omega}\mathbf{I}_d + \mathbf{A}_{22}\mathbf{I}_q + \mathbf{A}_{23}\boldsymbol{\Omega}\mathbf{I}_f + \mathbf{A}_{24}\boldsymbol{\Omega}\mathbf{I}_{rd} + \mathbf{A}_{25}\mathbf{I}_{rq} \\ \mathbf{A}_{31}\mathbf{I}_d + \mathbf{A}_{32}\boldsymbol{\Omega}\mathbf{I}_q + \mathbf{A}_{33}\mathbf{I}_f + \mathbf{A}_{34}\mathbf{I}_{rd} + \mathbf{A}_{35}\boldsymbol{\Omega}\mathbf{I}_{rq} \\ \mathbf{A}_{41}\mathbf{I}_d + \mathbf{A}_{42}\boldsymbol{\Omega}\mathbf{I}_q + \mathbf{A}_{43}\mathbf{I}_f + \mathbf{A}_{44}\mathbf{I}_{rd} + \mathbf{A}_{45}\boldsymbol{\Omega}\mathbf{I}_{rq} \\ \mathbf{A}_{51}\boldsymbol{\Omega}\mathbf{I}_d + \mathbf{A}_{52}\mathbf{I}_q + \mathbf{A}_{53}\boldsymbol{\Omega}\mathbf{I}_f + \mathbf{A}_{54}\boldsymbol{\Omega}\mathbf{I}_{rd} + \mathbf{A}_{55}\mathbf{I}_{rq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{11} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{B}_{13} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{B}_{22} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{B}_{31} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{B}_{33} \\ \mathbf{B}_{41} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{B}_{43} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{B}_{52} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \mathbf{U}_d \\ \mathbf{U}_q \\ \mathbf{U}_f \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Значения параметров векторно-матричной модели каждой подсистемы соответствуют техническим параметрам синхронного турбогенератора ТВВ-320-2 [18] в форме А.А. Горева [19].

В каждой электроэнергетической системе электромеханические процессы описываются системой уравнений:

$$\frac{2J_i\omega_s}{p_i} \frac{d\omega_i}{dt} = T_{mxi} - T_{ei} - D\omega_i, \quad \frac{d\varphi_i}{dt} = \omega_i,$$

а нагрузка задана нелинейной моделью [20].

Блочный программный вектор, задающий ограничения на координаты состояний-управлений, имеет вид:

$$\mathbf{C} \square [\mathbf{C}_x | \mathbf{C}_u] = [\mathbf{C}_{id} \quad \mathbf{C}_{iq} \quad \mathbf{0}_3 \quad \mathbf{0}_3 \quad \mathbf{0}_3 | \mathbf{0}_3 \quad \mathbf{0}_3 \quad \mathbf{C}_f \quad \mathbf{0}_3 \quad \mathbf{0}_3]^T \in \mathbf{R}^{30},$$

где  $\mathbf{C}_{id} = [0,3 \ 0,3 \ 0,3] \in \mathbf{R}^3$ ,  $\mathbf{C}_{iq} = [0,2 \ 0,2 \ 0,2] \in \mathbf{R}^3$ ,  $\mathbf{C}_f = [0,6 \ 0,6 \ 0,6] \in \mathbf{R}^3$ .

Параметр ограничения квадрата нормы разности координат состояний и вектора допустимых программных движений-управлений  $r^2=5$ . Параметр «допустимости»  $\theta$  для разностного структурно-инвариантного оператора (4) подобран экспериментально и равен 0,505.

Динамика изменения мощности  $T_{ei}$  и относительной частоты «частоты»  $\omega_i$  в электроэнергетических системах показана на рисунке 2.

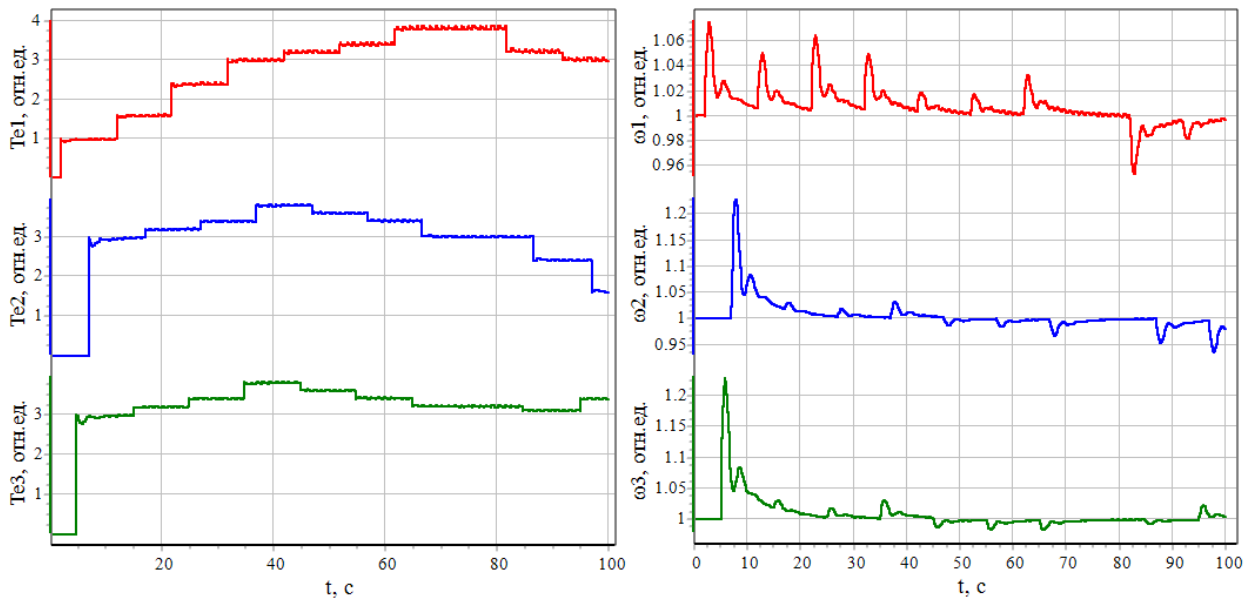


Рис. 2. – Графики изменения мощности  $T_{ei}$  и «частоты»  $\omega_i$

Синтезированные локально допустимые управляющие воздействия, напряжения обмоток возбуждения  $u_{fi}$  (4), ограниченные вектором допустимых программных управлений  $C_u$ , показаны на рис. 3.

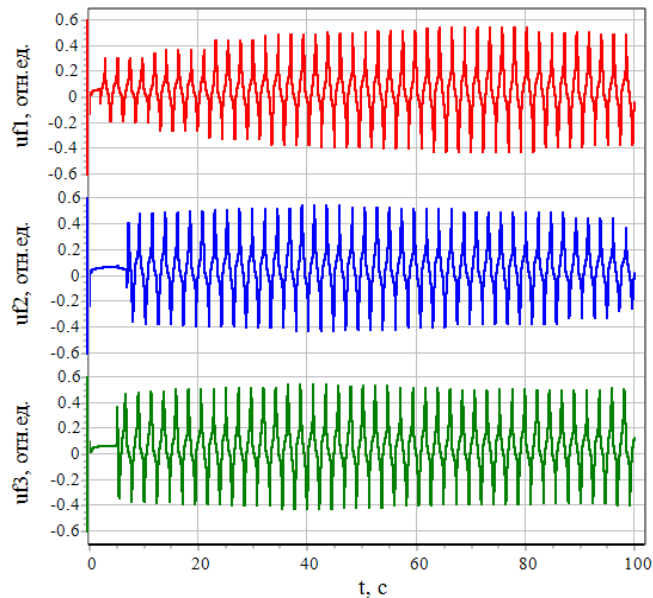


Рис. 3. – Синтезированные ограниченные управляющие воздействия  $u_{fi}$

Динамика ограниченных вектором  $C_x$  координат состояний (статорные токи)  $i_{di}$  и  $i_{qi}$ , приведена, на рис. 4.

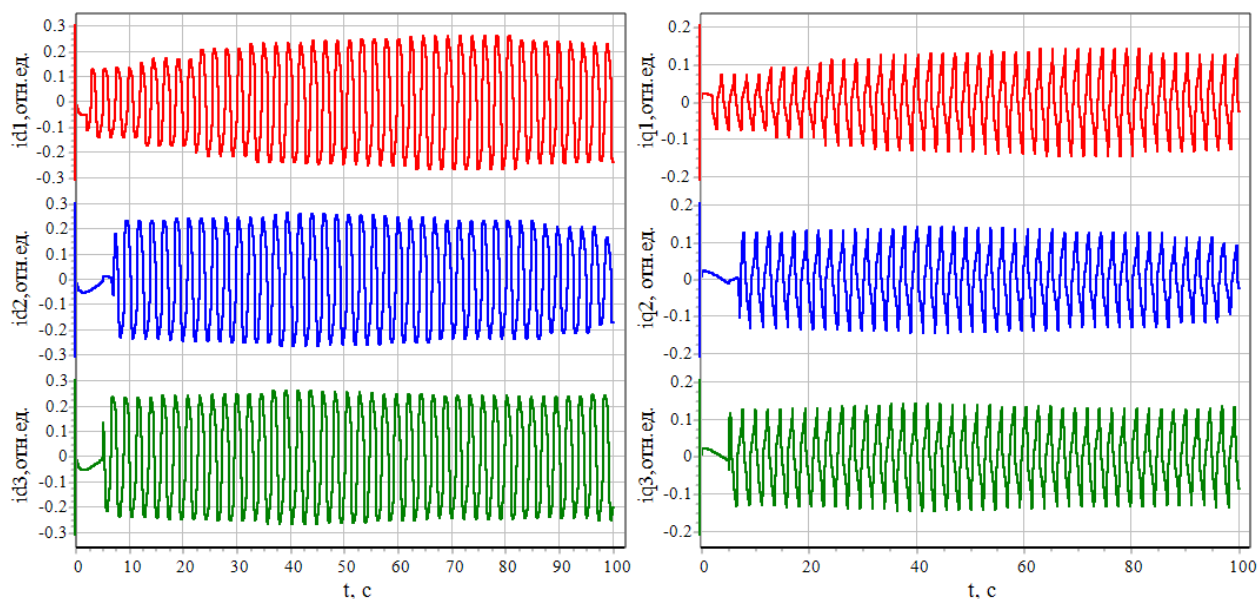


Рис.4. – Ограниченные статорные токи электроэнергетических систем

Перетоки по линиям электропередач [13], с учетом структуры электроэнергетического объединения (рис.1), определены равенством:

$$\begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_{13} (\varphi_1 - \varphi_3) \\ \rho_{23} (\varphi_2 - \varphi_3) \end{bmatrix}.$$

Динамика перетоков электроэнергетического объединения по линиям электропередач показан на рис. 5.

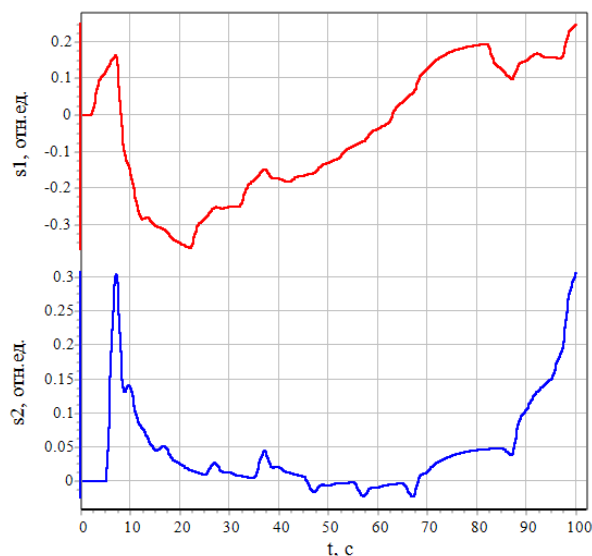


Рис. 5. – Динамика перетоков электроэнергетического объединения по линиям электропередач

Численный эксперимент демонстрирует возможность синтеза сложной нелинейной динамической системы с ограничениями, заданными блочным вектором допустимых программных движений-управлений.

### **Выводы**

В работе продемонстрировано применение проекционно-операторного метода синтеза сложной, состоящей из «s» нелинейных подсистем, ограниченной динамической системы. В качестве примера синтезированы ограниченные программным вектором локально-допустимые управления электроэнергетического объединения. Показана динамика ограниченных координат состояний и перетоков.

Разностный структурно-инвариантный оператор решения задач стабилизации программных движений может являться основой синтеза динамических систем различной природы. Указанный оператор также применим для решения задач группового управления динамическими объектами, заданными разностными нелинейными стационарными локально управляемыми операторами.

### **Литература**

1. Волкова В. Н., Денисов А. А. Теория систем и системный анализ. М.: Издательство Юрайт, 2014. 616 с.
2. Сложные системы управления: [Сб. ст.] / Под ред. чл.-кор. АН СССР А.А. Вавилова. Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1985. 249 с.
3. Ye Z., Zhang D., Wu Z.-G. Adaptive event-based tracking control of unmanned marine vehicle systems with DoS attack // J. Franklin Inst. 2021. Vol. 358, № 3. pp. 1915–1939.



4. Efremov A.A., Karakchieva V. V., Kozlov V.N. Stability Analysis of Dynamical Systems Based on Lyapunov Vector Functions. Intern. Conf. “System Analysis in Engineering and Control”, 2022. pp. 177–186.
  5. Schwenzer M., Ay M., Bergs T., Dirk A. Review on model predictive control: an engineering perspective // Int J Adv Manuf Technol. 2021. Vol.117. pp. 1327–1349.
  6. Yaseen M. G., Aljanabi M. Recent Advances in Control Theory for Complex Systems // Babylonian Journal of Mathematics, 2023, pp. 7–11.
  7. Jubair M., Sabbir H. M., Lazarous N., Abdulkarem H. A. H., Paul S., Khan M. S., Arfan M., Rakib A. A Comprehensive Review on Intelligence Control for Complex System // International Journal of Advanced Engineering Research and Science. 2024. Vol.11, № 1. pp. 44–49.
  8. В.С. Елсуков, В.И. Лачин, С. М. Липкин. Управление ограниченно неопределенными нелинейными объектами // Инженерный вестник Дона. 2017. № 3. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/N3y2017/4392](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/N3y2017/4392).
  9. В.С. Елсуков, В.И. Лачин, О. Ю. Демидов. Управление ограниченно неопределенными по состоянию и управлению нелинейными объектами // Инженерный вестник Дона. 2018. № 3. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2018/5080](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2018/5080).
  10. Голубев А.Е. Построение программных движений механических систем с учетом ограничений при помощи многочленов третьего порядка // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. 2021. т. 2, № 2. С. 126–137.
  11. Козлов В. Н. Проекционный метод синтеза ограниченных оптимальных управлений динамических систем энергетики. СПб.: Изд-во Политехн. ун-та., 2019, 161 с.
-

12. Kozlov V. N., Efremov A.A. Projection-operator optimization of controls of dynamic objects // J. Phys. Conf. Ser. IOP Publishing Ltd, 2021. Vol. 1864, № 1. P. 1–5.

13. Козлов В. Н. Управление частотой и перетоками активной мощности электроэнергетических объединений с учетом энергетической безопасности // Известия РАН. Энергетика. 2012. Т. 3. С. 128–143.

14. Петров Н. Н. Локальная управляемость автономных систем // Дифференциальные уравнения. 1968. Т. 4, № 7. С. 1218–1232.

15. Ефремов А. А., Козлов В. Н. Метод синтеза локально допустимых ограниченных управлений для стабилизации программных движений динамических объектов // Информационно-управляющие системы. 2023. № 4. С. 47–55.

16. Ефремов А. А., Козлов В. Н. Достаточные условия устойчивости локально-допустимой динамической системы с ограничениями на фазовые координаты и управления // Информационно-управляющие системы. 2023. № 6. С. 26–34.

17. Карташов Б. А., Шабаев Е. А., Козлов О. С., Щекатуров А. М. SimInTech: среда динамического моделирования технических систем. М.: ДМК Пресс, 2017, 424 с.

18. Неклепаев Б. Н. Электрическая часть электростанций и подстанций. 2-е изд. М.: Энергоатомиздат, 1986. 640 с.

19. Веретенников Л. П. Классификация уравнений Горева-Парка // Электричество, 1959, № 11, с. 13–20.

20. Леонов Г. А., Кузнецов Н. В., Андриевский Б. Р., Юлдашев М. В., Юлдашев Р. В. Математическое моделирование переходных процессов гидроагрегата Саяно-Шушенской ГЭС. Дифференциальные уравнения и процессы управления, 2018, т. 4, с. 80–105. URL: [diffjournal.spbu.ru/pdf/kuznetsov\\_5.pdf](http://diffjournal.spbu.ru/pdf/kuznetsov_5.pdf).

---

## References

1. Volkova V. N., Denisov A. A. Teoriya sistem i sistemnyy analiz [Systems Theory and Systems Analysis]. M.: Yurait, 2014. 616 p.
  2. Complex control systems: [Collection of articles] / Ed. by Corresponding Member of the USSR Academy of Sciences A.A. Vavilov. L.: Publishing house of Leningrad University, 1985. 249 p.
  3. Ye Z., Zhang D., Wu Z.-G. J. Franklin Inst. 2021. Vol. 358, № 3. pp. 1915–1939.
  4. Efremov A.A., Karakchieva V. V., Kozlov V.N. Intern. Conf. “System Analysis in Engineering and Control”, 2022. pp. 177–186.
  5. Schwenzer M., Ay M., Bergs T., Dirk A. Int J Adv Manuf Technol. 2021. Vol.117. pp. 1327–1349.
  6. Yaseen M. G., Aljanabi M. Babylonian Journal of Mathematics, 2023, pp. 7–11.
  7. Jubair M., Sabbir H. M., Lazarous N., Abdulkarem H. A. H., Paul S., Khan M. S., Arfan M., Rakib A. A. International Journal of Advanced Engineering Research and Science. 2024. Vol.11, № 1. pp. 44–49.
  8. Elsukov V. S., Lachin V. I., Lipkin S. M. Inzhenernyj vestnik Dona. 2017. № 3. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/N3y2017/4392](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/N3y2017/4392).
  9. Elsukov B. C, Lachin V. I., Demidov O. Yu. Inzhenernyj vestnik Dona. 2018. № 3. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2018/5080](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2018/5080).
  10. Golubev A. E. Izvestiya Rossiyskoy akademii nauk. Teoriya i sistemy upravleniya, 2021, no. 2, pp. 126–137.
  11. Kozlov V. N. Proyeksionnyy metod sinteza ogranichennykh optimal'nykh upravleniy dinamicheskikh sistem energetiki [Projection method for the synthesis of bounded optimal controls of dynamic energy systems]. SPb, Izd-vo Politekhn. un-ta., 2019, 161 p.
-

12. Kozlov V. N., Efremov A.A. J. Phys. Conf. Ser. IOP Publishing Ltd, 2021. Vol. 1864, № 1. pp. 1–5.
13. Kozlov V. N. Izvestiya Russian Academy of Sciences. Power Engineering. 2012. V. 3. pp. 128–143.
14. Petrov N. N. Differencial'nye Uravnenija, 1968, vol. 4, no. 4, pp. 606–617.
15. Efremov A. A., Kozlov V. N. Informatsionno-upravliaiushchie sistemy, 2023, № 4, pp. 47–55.
16. Efremov A. A., Kozlov V. N. Informatsionno-upravliaiushchie sistemy, 2023, № 6, pp. 57–65.
17. Kartashov B. A., Shabaev E. A., Kozlov O. S., Shchekaturov A. M. SimInTech: sreda dinamicheskogo modelirovaniya tekhnicheskikh sistem [SimInTech: environment for dynamic simulation of technical systems]. M, DMK Press, 2017, 424 p.
18. Neklepaev B. N. Elektricheskaya chast' elektrostantsiy i podstantsiy. 2-ye izd. [Electrical part of power stations and substations. 2nd ed.]. M, Energoatomizdat, 1986, 640 p.
19. Veretennikov L. P. Elektrichestvo, 1959, no. 11, pp. 13–20.
20. Leonov G. A., Kuznetsov N. V., Andrievsky B. R., Yuldashev M. V., Yuldashev R. V. Vestnik Sankt-Peterburgskogo Universiteta, Prikladnaya Matematika, Informatika, Protsessy Upravleniya, 2018, vol. 4, pp. 80–105.

**Дата поступления: 16.07.2024**

**Дата публикации: 26.08.2024**