

---

## Метод интеллектуализации измерительных процедур на базе использования адаптивных моделей динамических процессов объединенного принципа максимума и теории регуляризации

*А.А. Костоглотов<sup>1,2,3</sup>, А.А. Агапов<sup>1</sup>, А.С. Пеньков<sup>1</sup>, В.А. Лосев<sup>2</sup>,  
А.А. Кузнецов<sup>4</sup>, С.В. Лазаренко<sup>1,2,3</sup>*

<sup>1</sup>*Ростовский государственный университет путей сообщения, Ростов-на-Дону*

<sup>2</sup>*Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону*

<sup>3</sup>*Московский государственный университет технологий и управления им.*

*К.Г. Разумовского, Москва*

<sup>4</sup>*Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина,  
Воронеж*

**Аннотация:** Разработан метод интеллектуализации измерительных процедур на основе процедуры поэтапной оптимизации, которая обеспечивает редукцию стохастической задачи оценки к ряду детерминированных задач. Задача первого этапа оптимизации - синтез адаптивной математической модели измерительного процесса на основе объединенного принципа максимума, что, в отличие от известных методов, обеспечивает конструктивность ее использования на следующих этапах оптимизации. Задача последующих этапов оптимизации - решение задачи оценки на основе метода регуляризации А.Н. Тихонова. Получены уравнения итеративной измерительной процедуры, которые отличаются от известных структурой вектор-функции перехода состояний. Она относится к разряду интеллектуальных измерительных процедур, поскольку осуществляет целенаправленный выбор наиболее близкой к истинному значению оценки измеряемого параметра в условиях структурной неопределенности модели исследуемого объекта и параметрической неопределенности модели наблюдения.

**Ключевые слова:** двухэтапный синтез, интеллектуализация, объединенный принцип максимума, регуляризация.

### Введение

Современное развитие цифровой техники последовательно снимает ограничения на вычислительную мощность микропроцессоров, что позволяет говорить о широкой интеллектуализации измерительных устройств [1–4], которая основывается на использовании программно-алгоритмических возможностей для учета априорной и текущей информации о целях и условиях измерений. Актуальность интеллектуализации алгоритмов измерений проявляется в довольно сложных измерительных задачах. В качестве примера могут служить задачи оценки параметров контролируемых

---

процессов по результатам обработки измерительной информации, оценка характеристик случайного процесса изменения погрешностей средств измерений по результатам поверки [5], формирование групповых эталонов с использованием алгоритма Калмана и т.д.

В общей постановке задача оценки оказывается чрезвычайно сложной, поэтому на данный момент выработаны разнообразные способы ее упрощения, что, например, для случайных гауссовских процессов приводит к широко распространенному расширенному фильтру Калмана-Бьюси (ФКБ) [6]. Он дает хорошие результаты при умеренных нелинейностях и невысоком уровне шума. Однако на практике внешние воздействия часто не удовлетворяют свойству марковости, в следствие этого ФКБ редко обеспечивает получение сходящихся высокоточных оценок искомых параметров [7 – 9].

Облегчить анализ и синтез реальных стохастических систем нередко удается с использованием подхода, который заключается в редукции задачи оценки к ряду детерминированных задач. Конечно, такой подход не универсален, но он играет очень важную роль в системном анализе, где получил название поэтапной процедуры синтеза [10]. Это связано с тем, что широкий класс задач задают те ситуации, в которых случайные возмущения считаются малыми по отношению к неизвестным регулярным. Такое предположение позволяет получать приближения решения задачи оценки как решения задач синтеза оптимального управления, состоящих в определении управлений, удовлетворяющих детерминированным ограничениям и доставляющих экстремум заданному функционалу качества.

Полученная таким образом в рамках первого этапа оптимизации траектория традиционно называется программной траекторией, а синтезированная система адаптивной к внешним возмущениям моделью. Чтобы избежать необходимости решения двухточечной краевой задачи,

целесообразно рассматривать задачу синтеза оптимального управления как обратную задачу динамики, а для ее решения использовать объединенный принцип максимума (ОПМ) [5, 11–13]. Результат его применения – адаптивная к внешним возмущениям модель измерительных процессов, удовлетворяющая вариационному принципу Гамильтона-Остроградского [14]. Это позволяет разрешить противоречие между сложностью и адекватностью модели.

Последующие этапы предлагаемой поэтапной процедуры оптимизации состоят в коррекции отклонений от программной траектории, возникающих в результате случайных воздействий. Конструктивные решения подобных обратных некорректных задач [15–17] используют идею А.Н. Тихонова о стабилизации уклонений теоретической кривой от экспериментальной при помощи вспомогательного стабилизирующего функционала с определением параметра регуляризации на основе использования вариационного способа отбора.

Таким образом, в статье рассматривается вариант синтеза интеллектуальной измерительной процедуры с использованием методологии ОПМ и принципа регуляризации А.Н. Тихонова. Ее «интеллектуальность» [2, 4] состоит в адаптации модели измерительного процесса на основе ОПМ [18] и итеративном процессе получения уточненных значений параметра регуляризации с использованием априорной и текущей информации о характеристиках измерительного процесса.

### **Постановка задачи**

Пусть уравнение состояния исследуемого процесса записывается как нестрогое уравнение Ланжевена [19]

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) + \mathbf{g}(\mathbf{x}, t)\zeta(t), \quad (1)$$

где  $\mathbf{x} \in R^{2n}$  – вектор состояния;  $\mathbf{u} \in R^v$  – вектор возмущений;  $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) \in R^{2n}$  – вектор-функция перехода состояний;  $\mathbf{g}(\mathbf{x}, t)$  – матричная функция,  $\dim \mathbf{g} = 2n \times l$ ;  $\zeta \in R^l$  – случайный процесс типа белого шума с известными локальными характеристиками:  $\mathbf{M}[\zeta(t)] = 0$ ,  $\mathbf{M}[\zeta(t)\zeta^T(t+\tau)] = \frac{1}{2}\mathbf{R}_\zeta\delta(\tau)$ , где  $\delta(t)$  – векторная дельта-функция;  $\mathbf{R}_\zeta$  – ковариационная матрица.

Уравнение измерения имеет вид

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{H}(\mathbf{x}, t) + \xi(t), \quad (2)$$

где  $\mathbf{H} \in R^{2n}$  – известная вектор-функция;  $\xi \in R^{2n}$  – вектор случайных воздействий на измерительный канал шума с известными локальными характеристиками:  $\mathbf{M}[\xi(t)] = 0$ ,  $\mathbf{M}[\xi(t)\xi^T(t+\tau)] = \frac{1}{2}\mathbf{R}_\xi\delta(\tau)$ , где  $\mathbf{R}_\xi$  – ковариационная матрица;  $n, v, l$  – соответствующие размерности.

Принимается, что структура вектор-функции  $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$  в модели (1) априори неизвестна или изменяется во времени из-за влияния внешних возмущений  $\mathbf{u}$ . Тогда задача синтеза измерительной процедуры состоит в построении вектор-функции  $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$  с последующим нахождением соответствующего ей вектора оценок состояния  $\hat{\mathbf{x}} \in R^{2n}$  из условия минимума функционала потерь:

$$\langle J_0 \rangle = M \left[ (\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}})^T \mathbf{W} (\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}) \middle| \mathbf{y} \right], \quad (3)$$

где  $M[\cdot]$  – оператор математического ожидания;  $\mathbf{W}$  – неотрицательная действительная матрица весов. Вектор оценок  $\hat{\mathbf{x}}$  минимизирует функционал потерь  $\langle J_0 \rangle$  и представляет собой условное математическое ожидание  $\hat{\mathbf{x}} = M[\mathbf{x} | \mathbf{y}]$ . Оценка, полученная из условия минимума (3) соответствует

оценке критерия метода наименьших квадратов в случае гауссовского распределения вероятности

$$J = \int_{t_0}^{t_1} \frac{1}{2} (\mathbf{y}(t) - \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}(t), t))^T \mathbf{R}_\xi^{-1} (\mathbf{y}(t) - \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}(t), t)) dt = \int_{t_0}^{t_1} \Delta dt. \quad (4)$$

Наряду с вероятностными ограничениями и требованиями к системе оценивания предъявляются детерминированные требования и ограничения. В частности,  $\mathbf{u} \in \bar{G}_u$ ; здесь  $\bar{G}_u$  – замкнутое множество допустимых возмущений, конкретизируемое в соответствии со спецификой решаемой задачи.

Декомпозиция задачи синтеза измерительной процедуры (1) проводится на основе гипотезы о малости случайных воздействий:  $\xi(t) \equiv \mathbf{0}$  [10]. Тогда вместо (1) рассматривается математическая модель

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t). \quad (5)$$

При этом вектор-функция  $\mathbf{x}$  уже не будет случайным процессом.

Уравнение (5) получено на основе процедуры расширения пространства состояний из уравнения Лагранжа второго рода [5, 15]

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_s} = Q_s, \quad \mathbf{Q} \in \bar{G}_Q, \quad s = \overline{1, n}, \quad (6)$$

где  $T$  – кинетическая энергия системы;  $q_s$  – обобщенная координата;  $\bar{G}_Q$  – замкнутое множество допустимых обобщенных сил  $\mathbf{Q}$ .

Гипотеза о малости возмущений не влияет на форму уравнения (2), которое представляется аддитивной сверткой наблюдаемых обобщенных координат и гауссовских шумов измерений.

Поскольку  $\xi(t) \equiv \mathbf{0}$  и в силу процедуры расширения пространства состояний функционал (3) принимает вид [10]

$$J_0 = \int_{t_0}^{t_1} (\mathbf{q} - \hat{\mathbf{q}})^T \mathbf{W}(\mathbf{q} - \hat{\mathbf{q}}) dt. \quad (7)$$

Ставится обратная задача динамики: требуется определить вектор обобщенных сил  $\mathbf{Q} \in \bar{G}_Q$  как функцию обобщенных координат и скоростей, а также соответствующую ему траекторию, обеспечивающие минимум (7) при ограничениях на динамику системы, следующих из принципа Гамильтона-Остроградского, который приводит к (6). Решение обратной задачи динамики определяет структуру вектор-функции  $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$ .

Задача последующих этапов оптимизации – найти оценку  $\hat{\mathbf{x}}(t)$  из условия минимума апостериорной плотности вероятности  $p(\mathbf{x}|\mathbf{y})$ , когда момент времени  $t$  увеличивается,  $t \in [t_0, t_1]$ .

Таким образом, синтез измерительных процедур требует решения частных оптимизационных задач:

- во-первых, это синтез адаптивной математической модели измерительного процесса. В условиях априорной неопределенности относительно обобщенных сил, чтобы избежать двухточечной краевой задачи (ДТКЗ) [20] предлагается использовать ОПМ для решения обратной задачи динамики (6), (7) [18];

- во-вторых, это решение задачи оценки (1), (4) на основе метода регуляризации А.Н. Тихонова.

### Объединенный принцип максимума

Процедуру поиска минимума функционала (7) необходимо проводить с учетом ограничения в форме дифференциальных уравнений (6), которые следуют из принципа Гамильтона – Остроградского. Тогда [5, 11–14]

$$J = J_0 + \int_{t_0}^{t_1} \lambda [T + A] dt, \quad (9)$$

где  $\lambda$  – неопределенный множитель Лагранжа;  $A$  – работа обобщенных сил.

Решение такой задачи получено на основе теоремы объединенного принципа максимума [11]: для того, чтобы обобщенная сила  $\mathbf{Q}$  и соответствующая ей траектория  $(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ , доставляли минимум расширенному функционалу (9) при ограничениях  $\mathbf{Q} \in \bar{G}_Q$  необходимо и достаточно выполнение условия максимума для функции обобщенной мощности  $\Phi$  переменных  $(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in R^{2n}$

$$\Phi(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \max_{\mathbf{Q} \in \bar{G}_Q} \sum_{s=1}^n [\lambda Q_s - W_{ss} [q_s - \hat{q}_s]] \dot{q}_s, \lambda = \text{const.}$$

Откуда при  $T = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{A} \dot{\mathbf{q}}$  адаптивная к внешним возмущениям модель может быть представлена в следующем виде [14]:

$$\ddot{q}_s = -\frac{1}{a_{ss}} \frac{|\dot{q}_s| \dot{q}_s}{|L_s \hat{q}_s|} + \frac{W_{ss}}{\lambda a_{ss}} [q_s - \hat{q}_s] = F_s + \Delta_s,$$

где  $\mathbf{A}$  – матрица постоянных коэффициентов инерции  $a_{ss}$ ;  $F_s = -\frac{1}{a_{ss}} \frac{|\dot{q}_s| \dot{q}_s}{|L_s \hat{q}_s|}$ ;

$\Delta_s = \lambda^{-1} a_{ss}^{-1} W_{ss} [q_s - \hat{q}_s]$ ;  $L_s$  – константы [13].

Процедура расширения пространства состояний для случая наблюдения одной координаты приводит к векторному дифференциальному уравнению первого порядка:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), t) + \mathbf{G}\boldsymbol{\eta}(t), \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}^0, \quad (10)$$

где  $\mathbf{x} = [x_1 \quad x_2]^T$ ,  $x_1 = q$ ,  $x_2 = \dot{q}$ ; введено обозначение  $b = a_{11}^{-1} L^{-1}$ ;

$\mathbf{f}(\mathbf{x}(t), t) = \begin{bmatrix} x_1 \\ \frac{-b|x_2|x_2}{|x_1|} \end{bmatrix} = \mathbf{f}(x_1, x_2)$  – функция, непрерывная вместе с

производными на множествах  $\{x_1>0, x_2>0\}$ ,  $\{x_1>0, x_2<0\}$ ,  $\{x_1>0, x_2=0\}$ ;

$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & a_{11}^{-1}\lambda^{-1}R_{\xi 1} \end{bmatrix}$  – интенсивность внешних возмущений;

$\boldsymbol{\eta}(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ \lambda^{-1}a_{11}^{-1}W_{11}[x_1 - \hat{x}_1] \end{bmatrix}$  – внешние возмущения, которые определяют

адекватность построенной модели (10).

### Регуляризация А.Н. Тихонова

В силу непрерывности переходной функции  $\mathbf{f}(\mathbf{x}, t)$  решения уравнения (10) непрерывно зависят от  $\boldsymbol{\eta}(t)$  в соответствии с теоремой о непрерывной зависимости решения дифференциального уравнения от параметров и исходных данных. Поэтому функционал (4) на каждом решении системы (10) непрерывно зависит от  $\boldsymbol{\eta}(t)$ ,  $J[\mathbf{x}] = J[\boldsymbol{\eta}]$ . Из этого следует, что задача определения оценки  $\hat{\mathbf{x}}(t)$ , доставляющей минимум (4), равносильна задаче определения  $\boldsymbol{\eta}^*(t) = \arg \min_{\boldsymbol{\eta}} J[\boldsymbol{\eta}]$ . Такая задача согласно [17] является некорректно поставленной и относится к задачам типа оптимального управления. Для ее решения используется метод регуляризации А.Н. Тихонова [17]. При его реализации достаточно построения минимизирующей последовательности  $\{\boldsymbol{\eta}_n(t)\}$ , сходящейся к  $\boldsymbol{\eta}^*(t)$ .

Рассмотрим сглаживающий функционал

$$J^\alpha[\hat{\mathbf{x}}, \boldsymbol{\eta}] = J[\hat{\mathbf{x}}] + \alpha\Omega[\boldsymbol{\eta}], \quad \Omega[\boldsymbol{\eta}] = \frac{1}{2} \int_0^t \boldsymbol{\eta}^T(s)\boldsymbol{\eta}(s)ds,$$

где  $\alpha$  – положительное число. Для дифференцируемого выпуклого функционала  $J^\alpha[\hat{\mathbf{x}}, \boldsymbol{\eta}]$  минимум определяется из условия стационарности:

$$\text{grad } J^\alpha[\hat{\mathbf{x}}, \boldsymbol{\eta}] = 0. \quad (12)$$



Выражение для записи градиента в развернутом виде может быть представлено следующим образом [4]:

$$\text{grad } J^\alpha = \alpha \boldsymbol{\eta}(s) + \int_s^t \mathbf{G}^T(s, \tau) \mathbf{N}^{-1} \frac{\partial \mathbf{H}^T}{\partial \mathbf{x}} \left[ \mathbf{y} - \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}(s), \mathbf{x}_\eta(\tau), \tau) \right] d\tau, \quad (13)$$

где  $\mathbf{G}^T(s, \tau)$  – фундаментальная матрица, удовлетворяющая однородному

линейному уравнению 
$$\frac{d}{d\tau} \mathbf{G}(s, \tau) = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}_\eta(\tau), \tau) \mathbf{G}(s, \tau), \quad \mathbf{G}(s, \tau) = \mathbf{I};$$

$\mathbf{I}$  – единичная матрица, а значение производной  $\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}}$  найдены на решениях

системы  $\frac{d\mathbf{x}_\eta}{d\tau} + \mathbf{f}(\mathbf{x}_\eta, \tau) = \boldsymbol{\eta}(\tau), \quad \tau \in [s, t], \quad \mathbf{x}_\eta(\tau)|_{\tau=s} = \hat{\mathbf{x}}(s)$ . Используя условие

стационарности (12), запишем

$$\boldsymbol{\eta}^*(s) = \alpha^{-1} \int_s^t \mathbf{G}^T(s, \tau) \mathbf{N}^{-1} \frac{\partial \mathbf{H}^T}{\partial \mathbf{x}} \left[ \mathbf{y} - \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}(s), \mathbf{x}_\eta(\tau), \tau) \right] d\tau.$$

### Итеративная интеллектуальная измерительная процедура

Для определения точки  $[\hat{\mathbf{x}}, \boldsymbol{\eta}^*]$  используется метод итераций:

$$\boldsymbol{\eta}_{k+1} = \boldsymbol{\eta}_k - \alpha_k \text{grad } J^\alpha [\hat{\mathbf{x}}_{k+1}, \boldsymbol{\eta}_k]. \quad (14)$$

Для сокращения записи введено обозначение

$$\mathbf{B}(\hat{\mathbf{x}}, \tau) = \mathbf{G}^T(s, \tau) \mathbf{N}^{-1} \frac{\partial \mathbf{H}^T}{\partial \mathbf{x}} \left[ \mathbf{y} - \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}, \tau) \right].$$

Тогда с учетом (13) выражение (14)

может быть представлено так:

$$\boldsymbol{\eta}_{k+1}(s) = - \int_s^t \sum_{i=1}^{k+1} \gamma_i^k \mathbf{B}(\hat{\mathbf{x}}_i(s), \tau) d\tau, \quad \dot{\hat{\mathbf{x}}}_{k+1} + \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_{k+1}, s) = \boldsymbol{\eta}_{k+1}, \quad s \in [0, t],$$

где  $\gamma_i^k$  определяется по правилу [4]

$$\gamma_i^k = \alpha_{i-1} [1 - \alpha_i^2] \cdot \dots \cdot [1 - \alpha_{k-1}^2], \quad i = \overline{1, k}.$$

Уравнение  $k+1$  приближения оценки  $\hat{\mathbf{x}}_{k+1}$  имеет вид

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}_{k+1} + \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_{k+1}, s) = - \int_s^t \sum_{i=1}^{k+1} \gamma_i^{k+1} \mathbf{B}(\hat{\mathbf{x}}_i(s), \tau) d\tau. \quad (15)$$

Для решения задачи оценки уравнение (15) приводится к виду ДТКЗ

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}_{k+1} + \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_{k+1}, s) = \boldsymbol{\eta}_{k+1}(s), \dot{\boldsymbol{\eta}}_{k+1}(s) = \frac{\partial \mathbf{f}^T}{\partial \mathbf{x}} \boldsymbol{\eta}_{k+1}(s) + \sum_{i=1}^{k+1} \gamma_i^{k+1} \mathbf{b}(s, \hat{\mathbf{x}}_i(s)),$$

при граничных условиях  $\boldsymbol{\eta}_{k+1}(t) = 0$ ,  $\hat{\mathbf{x}}_{k+1} = \mathbf{x}^0 + \mathbf{P}^0 \boldsymbol{\eta}_{k+1}(0)$ ;  $\mathbf{P}^0$  – некоторая матрица;  $\mathbf{b}(s, \hat{\mathbf{x}}_i) = \mathbf{N}^{-1} \frac{\partial \mathbf{H}^T}{\partial \hat{\mathbf{x}}} [\mathbf{y}(s) - \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}_i, s)]$ . Подобного рода задачи с успехом решаются разработанным Р. Беллманом методом «инвариантного погружения» [20]. Следуя ему [2, 4] получены уравнения интеллектуальной измерительной процедуры:

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{\mathbf{x}}_1}{dt} + \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_1, t) &= -\mathbf{P}_1 \gamma_1^1 \mathbf{b}(\hat{\mathbf{x}}_1, t), \frac{d\mathbf{P}_1}{dt} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_1 \frac{\partial \mathbf{f}^T}{\partial \mathbf{x}} + \gamma_1^1 \mathbf{P}_1 \frac{\partial \mathbf{b}(\hat{\mathbf{x}}_1, t)}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{P}_1 + \mathbf{I}, \\ &\dots\dots\dots \\ \frac{d\hat{\mathbf{x}}_{k+1}}{dt} + \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_{k+1}, t) &= -\mathbf{P}_{k+1} \sum_{i=1}^{k+1} \gamma_i^{k+1} \mathbf{b}(\hat{\mathbf{x}}_i, t), \\ \frac{d\mathbf{P}_{k+1}}{dt} &= \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{P}_{k+1} + \mathbf{P}_{k+1} \frac{\partial \mathbf{f}^T}{\partial \mathbf{x}} + \gamma_{k+1}^{k+1} \mathbf{P}_{k+1} \frac{\partial \mathbf{b}(\hat{\mathbf{x}}_{k+1}, t)}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{P}_{k+1} + \mathbf{I}, \end{aligned} \quad (16)$$

которая отличается от известной структурой вектор-функции  $\mathbf{f}$ .

Первая пара уравнений (16) представляет собой расширенный фильтр Калмана с адаптацией к внешним воздействиям, а каждое последующее уравнение оценки для  $k+1$  использует в качестве входных параметров функции  $\mathbf{y}$  и  $\hat{\mathbf{x}}_1, \dots, \hat{\mathbf{x}}_k$ , причем по форме все уравнения идентичны, поэтому для их решения может быть использован один и тот же алгоритм расчета. Критерием выхода из рекурсивного расчета может быть использован известный критерий невязки [18].

### Заключение

Анализ полученных уравнений позволяет сделать следующие выводы.

Целесообразность использования предложенной измерительной процедуры (16) возникает при решении измерительных задач в условиях структурной неопределенности модели исследуемого объекта и параметрической неопределенности модели наблюдения с целью повышения точности полученных оценок измеряемых параметров по результатам косвенных измерений.

Использование критерия минимума невязки [18]

$$\delta(i) = \frac{1}{t} \int_0^t [y^1(s) - \hat{x}_i^1(s)]^2 ds$$
 позволяет завершить процесс поэтапной

обработки измерительной информации, т.е. определить номер максимально точной оценки исследуемого параметра из соотношения  $N = \arg \min_i \delta(i)$ .

Это позволяет отнести полученную измерительную процедуру к классу «интеллектуальных», или осуществляющих целенаправленный выбор наиболее близкой к истинному значению оценки измеряемого параметра.

Опыт решения некорректных задач [2, 4, 7, 11, 12] может быть использован при построении измерительных процедур подобного типа в различных условиях измерительного процесса с целью получения либо максимально точной, устойчивой, либо максимально эффективной по временным затратам оценки измеряемых параметров посредством выбора значений  $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \dots$ . Это дает возможность изменять цель измерений, а следовательно, и характер «интеллектуальности» измерительной процедуры.

Работа выполнена по грантам РФФИ 18-01-00385А и 18-08-01494А.

### Литература

1. Андрашитов Д.С. Синтез рекуррентных алгоритмов параметрической идентификации на базе вариационных принципов // Образовательные



ресурсы и технологии. 2017. № 3 (20). С. 48–54.

2. Костоглотов А.А., Кузнецов А.А., Андрашитов Д.С., Дерябкин И.В., Лазаренко С.В. Итеративные регуляризованные алгоритмы обработки измерительной информации // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2010. №11. С. 3–9.

3. Воскобойников Ю.Е. Устойчивые методы решения обратных измерительных задач. Новосибирск: НГАСУ, 2007. 184 с.

4. Костоглотов А.А., Кузнецов А.А. Синтез интеллектуальной измерительной процедуры на основе метода минимальных ошибок // Измерительная техника. 2005. № 7. С. 8–13.

5. Костоглотов А.А., Андрашитов Д.С., Корнев А.С., Лазаренко С.В. Метод синтеза алгоритмов оценки динамической погрешности программного обеспечения измерительных систем и средств измерений на основе объединенного принципа максимума // Измерительная техника. 2019. № 6. С. 20–24.

6. Kalman R.E. A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems // Trans. ASME J, Vol. 82D, 1960. pp. 34–45.

7. Фарина А., Студер Ф. Цифровая обработка радиолокационной информации. М.: Радио и связь, 1993. 320 с.

8. Singer R.A., Behnke K.W. Real-Time Tracking Filter Evaluation and Selection for Tactical Applications // IEEE Trans., Vol. AES-7, No. 1, 1971. Pp. 100–110.

9. Bar-Shalom Y., Rong Li X., Kirubarajan T. Estimation with Applications to Tracking and Navigation. New York: John Wiley & Sons, 2001. 584 p.

10. Моисеев Н.Н. Математические задачи системного анализа. М.: Наука, 1981. 488 с.

11. Kostoglotov A.A., Lazarenko S.V. Synthesis of Adaptive Tracking Systems Based on the Hypothesis of Stationarity of the Hamiltonian on the



Switching Hypersurface // Journal of Communications Technology and Electronics. 2017. N 2. Pp. 123–127.

12. Костоглотов А.А., Лазаренко С.В., Дерябкин И.В., Манаенкова О.Н., Лосев В.А. Метод оптимальной фильтрации на основе анализа поведения инвариантов на характеристических траекториях в фазовом пространстве // Инженерный вестник Дона. 2016. № 4 (28). URL: [http://ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD\\_29\\_Kostoglotov\\_Lazarenko.pdf\\_67f4d084da.pdf](http://ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD_29_Kostoglotov_Lazarenko.pdf_67f4d084da.pdf).

13. Андрашитов Д.С., Костоглотов А.А., Костоглотов А.И., Лазаренко С.В., Ценных Б.М. Универсальный метод синтеза оптимальных управлений нелинейными лагранжевыми динамическими системами // Инженерный вестник Дона. 2014. № 1 (28). URL: [http://ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD\\_1\\_Andrashitov.pdf\\_2251.pdf](http://ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD_1_Andrashitov.pdf_2251.pdf).

14. Лурье А. И. Аналитическая механика. М.: ГИФМЛ, 1961. 824 с.

15. Сизков В.С. Устойчивые методы обработки результатов измерений. СПб: СпецЛит, 1999. 240 с.

16. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1986. 288 с.

17. Алифанов А.М., Артюхин Е.А., Румянцев С.В. Экстремальные методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1988. 288 с.

18. Крутько П.Д. Обратные задачи динамики в теории автоматического управления. М.: Машиностроение, 2004. 574 с.

19. Ван Трис Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции. Том I. Теория обнаружения, оценок и линейной модуляции. М.: Сов. Радио, 1972. 744 с.

20. Сейдж Э.П., Мелса Д.Л. Идентификация систем управления. М.: Наука, 1974. 248 с.



## References

1. Andrashitov D.S. Obrazovatelnyye resursy i tekhnologii. 2017, N 3(20). Pp. 48–54.
2. Kostoglotov A.A., Kuznetsov A.A., Andrashitov D.S., Deryabkin I.V., Lazarenko S.V. Herald of Computer and Information Technologies. 2010. N 11. Pp. 3–9.
3. Voskoboynikov Yu.E. Ustoychivyye metody resheniya obratnykh izmeritelnykh zadach [Sustainable methods for solving inverse measurement problems]. Novosibirsk: NGASU. 2007. 184 p.
4. Kostoglotov A.A., Kuznetsov A.A. Measurement techniques. 2005. N 7. Pp. 8–13.
5. Kostoglotov A.A., Andrashitov D.S., Kornev A.S., Lazarenko S.V. Measurement techniques. 2019. N 7. Pp. 20–24.
6. Kalman R.E. A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. Trans. ASME J, Vol. 82D, 1960. Pp. 34–45.
7. Farina A., Studer F. Tsifrovaya obrabotka radiolokatsionnoy informatsii [Digital processing of radar information]. M.: Radio i svyaz. 1993. 320 p.
8. Singer R.A., Behnke K.W. Real-Time Tracking Filter Evaluation and Selection for Tactical Applications. IEEE Trans., Vol. AES-7, No. 1, 1971. Pp. 100–110.
9. Bar-Shalom Y., Rong Li X., Kirubarajan T. Estimation with Applications to Tracking and Navigation. New York: John Wiley & Sons, 2001. 584 p.
10. Moiseyev N.N. Matematicheskiye zadachi sistemnogo analiza [Mathematical problems of system analysis]. M.: Nauka. 1981. 488 pp.
11. Kostoglotov A.A., Lazarenko S.V. Synthesis of Adaptive Tracking Systems Based on the Hypothesis of Stationarity of the Hamiltonian on the Switching Hypersurface. Journal of Communications Technology and Electronics. 2017. N 2. Pp. 123-127.

12. Kostoglotov A.A., Lazarenko S.V., Deryabkin I.V., Manayenkova O.N., Losev V.A. Inzhenernyj vestnik Dona (Rus). 2014. N 1 (28). URL: [http://ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD\\_29\\_Kostoglotov\\_Lazarenko.pdf\\_67f4d084da.pdf](http://ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD_29_Kostoglotov_Lazarenko.pdf_67f4d084da.pdf).
13. Andrashitov D.S. Kostoglotov A.A., Kostoglotov A.I., Lazarenko S.V., Tsennykh B.M. Inzhenernyj vestnik Dona (Rus). 2014. N 1 (28). URL: [http://ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD\\_1\\_Andrashitov.pdf\\_2251.pdf](http://ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD_1_Andrashitov.pdf_2251.pdf).
14. Lur'e A. I Analiticheskaya mekhanika [Analytical mechanics]. Moscow: Gos. Izd. Fiz.-Mat. lit, 1961. 824 p.
15. Sizkov V.S. Ustoychivyye metody obrabotki rezultatov izmereniy [Sustainable processing of measurement results]. SPb: SpetsLit. 1999. 240 p.
16. Tikhonov A.N., Arsenin V.Ya. Metody resheniya nekorrektnykh zadach [Methods for solving incorrect tasks]. M.: Nauka. 1986. 288 p.
17. Alifanov A.M., Artyukhin E.A. Rummyantsev S.V. Ekstremalnyye metody resheniya nekorrektnykh zadach [Extreme methods for solving incorrect tasks]. M.: Nauka. 1988. 288 p.
18. Krutko P.D. Obratnyye zadachi dinamiki v teorii avtomaticheskogo upravleniya [Inverse problems of dynamics in the theory of automatic control]. M.: Mashinostroyeniye. 2004. 574 p.
19. Van Tris G. Teoriya obnaruzheniya. otsenok i modulyatsii. Tom I. Teoriya obnaruzheniya, otsenok i lineynoy modulyatsii [Discovery theory. estimates and linear modulation]. M.: Sov. Radio. 1972. 744 p.
20. Seydzh E.P., Melsa D.L. Identifikatsiya sistem upravleniya [Identification of Management Systems]. M.: Nauka. 1974. 248 p.