

## Управление плоскопараллельным роботом с использованием скользящего режима

*А.С. Полянина*

*Национальный исследовательский  
Московский государственный строительный университет, Москва*

**Аннотация:** Исследуются дифференциально-алгебраические уравнения для описания движения плоскопараллельного робота – манипулятора. Динамическая модель построена с использованием уравнения Лагранжа и метода подструктур. Рассматривается проектирование регулятора системы управления с использованием метода скользящего режима. Точность управления проверена на модели плоскопараллельного робота 3-RRR. Он состоит из трех кинематических цепей, в каждой из которых по два звена с тремя вращательными сочленениями. Для исследования эффективности регулятора к многотельной системе в качестве целевого движения применяется круговая траектория. Рассмотренная система управления плоскопараллельным роботом способна решать задачи передвижения и обеспечивать высокую точность позиционирования.

**Ключевые слова:** управление, плоскопараллельный робот, кинематические характеристики, динамическая модель, дифференциально-алгебраические уравнения, уравнение связи, регулятор, скользящий режим, функция Ляпунова, программная траектория.

Параллельный роботизированный манипулятор состоит из движущейся платформы, соединенной с неподвижным основанием через несколько звеньев, некоторые из которых пассивны. Такие роботы представляют собой замкнутые кинематические цепные механизмы, конечный эффектор которых соединен с основанием независимыми кинематическими цепями. В целом, мобильность в параллельных механизмах определяется количеством кинематических цепей: число степеней свободы совпадает с числом кинематических цепей.

Важность замкнутого механизма по сравнению с открытым заключается в достижении точности производительности, лучшей жесткости конструкции, сниженной инерции движущихся частей и высокой грузоподъемности.

В настоящее время параллельные роботизированные манипуляторы широко используются в промышленности для выполнения точных и быстрых операций: работа с крупногабаритными заготовками, их транспортиров-

ка, производство и тестирование интегральных схем, оптоволоконная стыковка, авиатренажеры.

В системе управления «главный-подчиненный» оператор (главный) выполняет задачи на устройстве ввода, и на подчиненной стороне робот исполняет соответствующую задачу. Системы «главный-подчиненный» особенно присутствуют в медицинской промышленности, таких как минимально инвазивная хирургия, лапароскопическая хирургия с одним разрезом [1]. Системы управления «главный-подчиненный» встречаются в системах, требующих телеуправления. Телеуправляемые системы полезны, когда требуется система общего назначения, способная выполнять несколько различных задач. В свое время было разработано несколько телеуправляемых роботов для конкретных задач, таких как исследование опасных сред и ремонт резервуаров для хранения отходов.

Для установления динамических уравнений параллельного робота в литературе предложены несколько подходов, включая формулировку уравнения Ньютона-Эйлера, Лагранжа, принцип виртуальной работы.

В целом, манипуляторы приводятся в движение электродвигателями, поэтому следует учитывать динамику приводов.

Помимо моделирования электромеханических систем параллельного роботизированного манипулятора, важной задачей является разработка систем управления.

При проектировании регуляторов используются законы управления, связанные с адаптивным [2], нечетким управлением, управлением со скользящим режимом [3], нейронной сетью [4, 5], ПИД регуляторы дробного порядка [6].

В статье исследуется моделирование плоского параллельного робота. Динамическая модель системы выводится путем применения метода подструктуры и уравнений Лагранжа с множителями в виде избыточных обоб-

---

щенных координат. Затем эти уравнения преобразуются в форму минимальных координат рабочих переменных. Вся система разделена на три части: замкнутая многотельная система, приводы, безмассовые зубчатые передачи. Динамические уравнения электрических приводов выводятся на основе закона углового момента, закона Кирхгофа. Уравнение, описывающее безмассовую зубчатую передачу, получается путем баланса мощности на входе и выходе коробки передач.

Роботизированная платформа приводится в движение с помощью трех двигателей постоянного тока. Каждый двигатель оснащен энкодером для измерения угловых скоростей двигателей. Сигналы энкодера подаются на контроллер в качестве входов для генерации сигналов, которые используются для управления двигателями постоянного тока [4]. Полученные результаты исследования показывают, что требуемое положение конечного эффектора будет исполнено.

### Динамическая модель параллельного манипулятора

В сочетании с уравнениями связей динамическую модель параллельного робота можно описать в виде дифференциально-алгебраических уравнений [7, 8] следующим образом:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{p}(\mathbf{q}) = \mathbf{V}(\mathbf{q})\mathbf{u} + \mathbf{\Phi}_q^T(\mathbf{q})\boldsymbol{\lambda}, \quad (1)$$

где  $\mathbf{q} = (\boldsymbol{\alpha}^T \quad \boldsymbol{\beta}^T \quad \mathbf{x}^T)$  - обобщенные координаты управляемой системы:

$$\boldsymbol{\alpha} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \dots \\ \alpha_n \end{pmatrix} - \text{переменные подвижного шарнира}, \quad \boldsymbol{\beta} = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \dots \\ \beta_l \end{pmatrix} - \text{переменные}$$

пассивного шарнира,

$\mathbf{M}(\mathbf{q})$  - матрица инерции объекта управления,  $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$  - центробежные силы и

силы Кориолиса,  $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix}$  - положение подвижной платформы,

$\mathbf{p}(\mathbf{q})$  - консервативные силы,  $\mathbf{D}\dot{\mathbf{q}}$  - силы линейного демпфирования во вращательном шарнире;  $\Phi(\mathbf{q})$  - векторы уравнений связи,  $\Phi_q^T(\mathbf{q})$  - матрица Якоби переменных коэффициентов связи,  $\boldsymbol{\lambda} = (\lambda_1 \ \lambda_2 \ \dots \ \lambda_r)^T$  - вектор множителей Лагранжа;  $\mathbf{V}(\mathbf{q}) = (\mathbf{M}(\mathbf{q}) + \mathbf{B}\mathbf{J}^2\mathbf{Z})$ , где:

$$\mathbf{V} = \begin{pmatrix} \mathbf{E}_{n \times n} \\ \mathbf{O}_{m-n, n}^T \end{pmatrix}, \quad \mathbf{Z} = \begin{pmatrix} \mathbf{E}_{n \times n} & \mathbf{O}_{n, m-n} \end{pmatrix},$$

$\mathbf{J}$  - момент инерции роторов двигателя,  $\mathbf{r}$  - передаточное отношение редуктора.

Уравнение (1) показывает динамическую связь между входным сигналом (входным напряжением двигателя  $\mathbf{u} = (U_1 \ U_2 \ \dots \ U_n)^T$ ) и перемещением  $\mathbf{q}(t)$ , учитывая положение подвижной платформы  $\mathbf{x}(t)$ .

Уравнение движения (1) содержит избыточное число обобщенных координат. Проектируя регулятор управления в пространстве переменной  $\mathbf{x}$ , количество уравнений сводят к числу степеней свободы системы.

Для этого дифференцируют уравнение связи:

$$\Phi_q(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} = \Phi_y \dot{\mathbf{y}} + \Phi_x \dot{\mathbf{x}} = 0,$$

где матрица  $\mathbf{y} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\alpha}^T \\ \boldsymbol{\beta}^T \end{pmatrix}$ ; получим:

$$\dot{\mathbf{q}} = \begin{pmatrix} -\Phi_y^{-1}\Phi_x \\ \mathbf{E} \end{pmatrix}_{m \times n} \cdot \dot{\mathbf{x}},$$

$$\text{и} \quad \ddot{\mathbf{q}} = \begin{pmatrix} -\Phi_y^{-1}\Phi_x \\ \mathbf{E} \end{pmatrix} \cdot \ddot{\mathbf{x}} + \begin{pmatrix} -\Phi_y^{-1}\Phi_x \\ \mathbf{E} \end{pmatrix}_x \cdot \dot{\mathbf{x}}.$$

Заметим, что  $\Phi_q \cdot \begin{pmatrix} -\Phi_y^{-1}\Phi_x \\ \mathbf{E} \end{pmatrix} = \mathbf{0}$ .

Чтобы исключить множитель  $\lambda$  из уравнения (1), умножим обе его части на  $\begin{pmatrix} -\Phi_y^{-1}\Phi_x \\ \mathbf{E} \end{pmatrix}^T$ :

$$\begin{pmatrix} -\Phi_y^{-1}\Phi_x \\ \mathbf{E} \end{pmatrix}^T (\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{p}(\mathbf{q})) = \begin{pmatrix} -\Phi_y^{-1}\Phi_x \\ \mathbf{E} \end{pmatrix}^T (\mathbf{B}(\mathbf{q})\mathbf{u} + \Phi_q^T(\mathbf{q})\lambda),$$

Учитывая выражения для  $\dot{\mathbf{q}}$ ,  $\ddot{\mathbf{q}}$ , математическая модель параллельного робота примет вид

$$\mathbf{M}_x(\mathbf{x})\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}_x(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{D}_x\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{p}_x(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} -\Phi_y^{-1}\Phi_x \\ \mathbf{E} \end{pmatrix}^T \mathbf{B}\mathbf{u} =: \tau_x, \quad (2)$$

где  $\mathbf{M}_x(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} -\Phi_y^{-1}\Phi_x \\ \mathbf{E} \end{pmatrix}^T \mathbf{M}(\mathbf{q}) \begin{pmatrix} -\Phi_y^{-1}\Phi_x \\ \mathbf{E} \end{pmatrix}$  - симметрическая, положительно определенная матрица;

$$\mathbf{C}_x(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) = \begin{pmatrix} -\Phi_y^{-1}\Phi_x \\ \mathbf{E} \end{pmatrix}^T \left( \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \begin{pmatrix} -\Phi_y^{-1}\Phi_x \\ \mathbf{E} \end{pmatrix} + \mathbf{M}(\mathbf{q}) \begin{pmatrix} -\Phi_y^{-1}\Phi_x \\ \mathbf{E} \end{pmatrix}_x \right).$$

### Метод управления с использованием скользящего режима

Цель задачи управления — найти закон напряжения двигателя, чтобы движение подвижной платформы отслеживало заданную траекторию.

При проектировании регулятора программного движения с использованием скользящего режима поверхность скольжения выбирается следующим образом:

$$f(t) = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_x(t) + \boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{\varepsilon}_x(t), \quad \boldsymbol{\Lambda} = \text{diag}(\lambda_i)_{i=1,n} > 0,$$

с ошибкой отслеживания  $\boldsymbol{\varepsilon}_x(t) = \mathbf{x}(t) - \mathbf{x}^*(t)$ ; здесь  $\mathbf{x}^*(t)$  определяет предписанную траекторию подвижной платформы параллельного робота. Обозначим через:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}_r(t) &= \dot{\mathbf{x}}^*(t) - \Lambda \boldsymbol{\varepsilon}_x(t), \\ f &= \dot{\mathbf{x}} - \dot{\mathbf{x}}_r \Rightarrow \dot{f} = \ddot{\mathbf{x}} - \ddot{\mathbf{x}}_r.\end{aligned}$$

Для нахождения закона управления рассмотрим функцию Ляпунова

$$V = 0.5 f^T \mathbf{M}_x(\mathbf{x}) f,$$

Ее производная –

$$\dot{V} = f^T \mathbf{M}_x(\mathbf{x}) \dot{f} + 0.5 f^T \dot{\mathbf{M}}_x(\mathbf{x}) f. \quad (3)$$

Матрица  $\dot{\mathbf{M}}_x - 2\mathbf{C}_x$  является кососимметрической; учитывая уравнение (2), получим:

$$\dot{V} = f^T [\tau_x - \mathbf{C}_x(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) \dot{\mathbf{x}}_r - \mathbf{D}_x(\mathbf{x}) \dot{\mathbf{x}} - \mathbf{p}_x(\mathbf{x}) - \mathbf{M}_x(\mathbf{x}) \ddot{\mathbf{x}}_r].$$

Что в свою очередь определит поиск закона управления в виде

$$\tau_x = \tilde{\mathbf{M}}_x(\mathbf{x}) \ddot{\mathbf{x}}_r + \tilde{\mathbf{C}}_x(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) \dot{\mathbf{x}}_r + \tilde{\mathbf{D}}_x(\mathbf{x}) \dot{\mathbf{x}}_r + \tilde{\mathbf{p}}_x(\mathbf{x}) - \mathbf{K}^* f - \mathbf{K} \cdot \text{sgn}(f), \quad (4)$$

где матрицы  $\tilde{\mathbf{M}}_x(\mathbf{x})$ ,  $\tilde{\mathbf{C}}_x(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})$ ,  $\tilde{\mathbf{D}}_x(\mathbf{x})$ ,  $\tilde{\mathbf{p}}_x(\mathbf{x})$  – оценки  $\mathbf{M}_x(\mathbf{x})$ ,  $\mathbf{C}_x(\mathbf{x})$ ,  $\mathbf{D}_x(\mathbf{x})$ ,  $\mathbf{p}_x(\mathbf{x})$ ;  $\text{sgn}(f) = (\text{sgn}(f_1) \text{sgn}(f_2) \dots \text{sgn}(f_n))^T$ ;  $\mathbf{K}^*$ ,  $\mathbf{K}$  – симметрические, положительно определенные матрицы. Для простоты изложения матрицы  $\mathbf{K}^*$ ,  $\mathbf{K}$  выбирают диагональными:

$$\mathbf{K}^* = \text{diag}[k_{11}^* \ k_{22}^* \ \dots \ k_{nn}^*],$$

$$\mathbf{K}_f = \text{diag}[k_{11} \ k_{22} \ \dots \ k_{nn}].$$

Подставим функцию управления (4) в уравнение (2):

$$\begin{aligned}\mathbf{M}_x(\mathbf{x}) \underbrace{(\ddot{\mathbf{x}} - \ddot{\mathbf{x}}_r)}_f + \mathbf{C}_x(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) (\dot{\mathbf{x}} - \dot{\mathbf{x}}_r) + \mathbf{D}_x(\mathbf{x}) (\dot{\mathbf{x}} - \dot{\mathbf{x}}_r) &= -\mathbf{K}^* f - \mathbf{K} \cdot \text{sgn}(f) \\ &+ \tilde{\mathbf{M}}_x(\mathbf{x}) \ddot{\mathbf{x}}_r + \tilde{\mathbf{C}}_x(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) \dot{\mathbf{x}}_r + \tilde{\mathbf{D}}_x(\mathbf{x}) \dot{\mathbf{x}}_r + \tilde{\mathbf{p}}_x(\mathbf{q}),\end{aligned}$$

откуда

$$\mathbf{M}_x(\mathbf{x}) \dot{f} = -\mathbf{C}_x(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) f - \mathbf{D}_x f - \mathbf{K}^* f - \mathbf{K} \cdot \text{sgn}(f) + \mathbf{d}_x(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, \dot{\mathbf{x}}_r, \ddot{\mathbf{x}}_r). \quad (5)$$

Далее, подставив (5) в (3), получим:

$$\dot{V} = -f^T (\mathbf{D}_x + \mathbf{K}^*) f - f^T (\mathbf{K} \cdot \text{sgn}(f) - \mathbf{d}_x) + 0.5 f^T (\dot{\mathbf{M}}_x(\mathbf{x}) - 2\mathbf{C}_x(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})) f$$

$$= -f^T (\mathbf{D}_x + \mathbf{K}^*) f - f^T (\mathbf{K} \cdot \text{sgn}(f) - \mathbf{d}_x).$$

И справедлива оценка:

$$\dot{V} = -f^T (\mathbf{D}_x + \mathbf{K}^*) f - \sum_{i=1}^n k_{ii} |f_i| + \sum_{i=1}^n f_i d_i \leq -f^T (\mathbf{D}_x + \mathbf{K}^*) f - \sum_{i=1}^n (k_{ii} - |d_i|) f_i.$$

Чтобы  $\dot{V} \leq 0$ , матрицу  $\mathbf{K}$  нужно выбрать так чтобы выполнялось условие  $k_{ii} > |d_i| > 0$ .

В управлении функция знака  $\text{sgn}(f)$  имеет разрыв, что может вызвать вибрацию в управляемой системе. Чтобы уменьшить этот эффект, можно заменить  $\text{sgn}(f)$  оценкой  $\frac{2}{\pi} \arctg(cf)$  при  $c$  значительно большем 1.

Таким образом, управляющая функция будет иметь вид (2):

$$\mathbf{u} = \left( \left( \begin{pmatrix} -\mathbf{\Phi}_y^{-1} \mathbf{\Phi}_x \\ \mathbf{E} \end{pmatrix}^T \mathbf{B} \right)^{-1} \tau_x = \left( \begin{pmatrix} -\mathbf{\Phi}_y^{-1} \mathbf{\Phi}_x \\ \mathbf{E} \end{pmatrix}^T \mathbf{B} \right)^{-1} (\tilde{\mathbf{M}}_x(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{x}}_r + \tilde{\mathbf{C}}_x(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{x}}_r + \tilde{\mathbf{D}}_x \dot{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{p}}_x(\mathbf{q}) - \mathbf{K}^* f - \frac{2}{\pi} \mathbf{K} \cdot \arctg(cf)).$$

### Динамическая модель параллельного робота 3RRR

В работе [9] была изготовлена модель плоскопараллельного робота 3RRR (рис.1) и рассчитаны размеры рабочего пространства конечного эффектора.

Работа механизма 3-RRR достигается на основе трех вращательных (R – Revolute - вращающийся) шарнирных сочленений. Первое вращательное сочленение, прикрепленное к основанию, является приводимым в действие в каждой кинематической цепи.

Оси трех вращательных сочленений пересекаются в общей точке  $S$ , называемой центром вращения. Приводы используются для изменения углов звеньев манипулятора, обеспечивая три степени свободы вращательного

движения, которые меняют местоположение подвижного конечного эффектора.

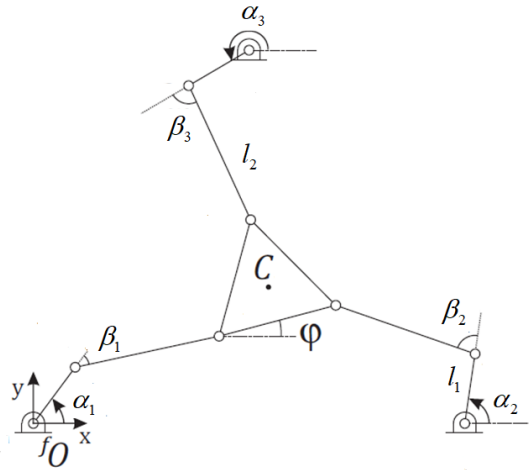


Рис. 1.– Структурная схема плоскопараллельного робота 3RRR

Основными переменными в нашей конструкции являются положения основания платформы, геометрия углов сочленений и звенья плоского параллельного робота 3-RRR. Для такой модели рассмотренными выше обобщенными координатами системы, уравнениями связи манипулятора являются:

$$\mathbf{q} = (\mathbf{a}^T \quad \mathbf{\beta}^T \quad \mathbf{x}^T),$$

$$\text{где } \mathbf{a} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_n \end{pmatrix}, \quad \mathbf{\beta} = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_n \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_c \\ y_c \\ \varphi \end{pmatrix},$$

$$\Phi(\alpha, \beta, x) = 0,$$

$$x_{O_i} + l_1 \cos \alpha_i + l_2 \cos(\alpha_i + \beta_i) = x_c + d \cos(\varphi + \alpha_i),$$

$$y_{O_i} + l_1 \sin \alpha_i + l_2 \sin(\alpha_i + \beta_i) = y_c + d \sin(\varphi + \alpha_i), \quad i = 1, 2, 3.$$

При условии:

$$m_{11} = J_{C1} + J_{C2} + 0.25m_1l_1^2 + m_2l_1^2 + r^2J_r, \quad m_{12} = 0.5m_2l_1l_2 \cos(\alpha_1 - \beta_1),$$

$$m_{22} = 0.25m_2l_2^2, \quad m_{33} = J_{C1} + 0.25m_1l_1^2 + m_2l_1^2 + r^2J_r,$$

$$m_{34} = 0.5m_2l_1l_2 \cos(\alpha_2 - \beta_2), \quad m_{44} = J_{C2} + 0.25m_2l_2^2, \quad m_{55} = m_{33},$$

$$m_{56} = 0.5m_2l_1l_2 \cos(\alpha_3 - \beta_3), \quad m_{66} = J_{C1} + 0.25m_2l_2^2, \quad m_{77} = m_3,$$

$m_{88} = m_3, m_{99} = J_{C3}$ , матрица масс  $\mathbf{M}(\mathbf{q})$  запишется в виде:



$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ m_{12} & m_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{33} & m_{34} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{34} & m_{44} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_{55} & m_{56} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_{56} & m_{66} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{77} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{88} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{99} \end{pmatrix},$$

Центробежные силы и силы Кориолиса  $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$  приведены ниже, остальные элементы равны нулю:

$$\begin{aligned} c_{12} &= 0.5m_2l_1l_2 \sin(\alpha_1 - \beta_1)\dot{\beta}_1, c_{21} = -0.5m_2l_1l_2 \sin(\alpha_1 - \beta_1)\dot{\alpha}_1, \\ c_{34} &= 0.5m_2l_1l_2 \sin(\alpha_2 - \beta_2)\dot{\beta}_2, c_{43} = -0.5m_2l_1l_2 \sin(\alpha_2 - \beta_2)\dot{\alpha}_2, \\ c_{56} &= 0.5m_2l_1l_2 \sin(\alpha_3 - \beta_3)\dot{\beta}_3, c_{65} = -0.5m_2l_1l_2 \sin(\alpha_3 - \beta_3)\dot{\alpha}_3. \end{aligned}$$

В зависимости от уравнения программной траектории, например, уравнение круговой траектории (рис.2), регулятор траектории движения плоскопараллельного робота 3RRR генерирует желаемые углы, на основе которых будут подаваться управляющие сигналы на приводы, закрепленные в активных точках.

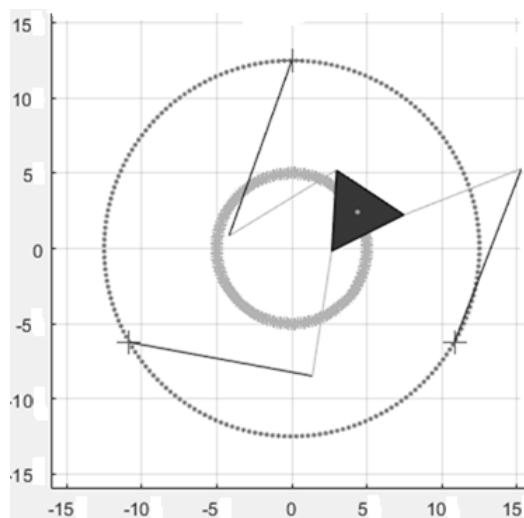


Рис. 2.—Движение 3RRR вдоль круговой траектории

Следовательно, приводы сгенерируют углы, которые будут использоваться в качестве входных данных для прямой кинематической модели робота 3RRR; эта модель отвечает за положение конечного эффектора вдоль программной траектории [10].

### **Заключение**

В сочетании с преимуществами параллельных роботов и их широким применением во всех сферах общественной жизни, исследования в области параллельных промышленных роботов имеют большое значение. Для изучения движения плоскопараллельного манипулятора, по сути, рассматривались два типа математической модели. Первая - прямая кинематическая модель используется для нахождения положения конечного эффектора параллельных манипуляторов в зависимости от изменения кинематических параметров. С другой стороны, обратная кинематическая модель использовалась для расчета кинематических параметров, которые должны быть установлены для перемещения конечного эффектора в желаемое положение в рабочем пространстве. Рассмотренный в работе регулятор управления обладает большой точностью управления и надежностью, что обеспечивает основу для его практического применения в промышленной автоматизации.

### **Литература**

1. Zidane I.F., Khattab Y., El-Habrouk M., Rezeki S. Trajectory control of a laparoscopic 3-PUU parallel manipulator based on neural network in SIMSCAPE SIMULINK environment. Alexandria Engineering Journal. 2022, Vol. 61, Is. 12. Pp. 9335-9363. URL: [doi.org/10.1016/j.aej.2022.03.024](https://doi.org/10.1016/j.aej.2022.03.024)
2. Kuznetsov V. E., Khanh N. D., Lukichev A. N. and Filatov D. M. Hybrid Steering System's Pid-based Adaptive Control, 2021 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (ElConRus), 2021, pp. 979-984. URL: [doi.org/10.1109/ElConRus51938.2021.9396303](https://doi.org/10.1109/ElConRus51938.2021.9396303)

3. Inel F., Mansouri Z., Ceccarelli M., Carbone G. Dynamic Modeling and Simulation of Sliding Mode Control for a Cable Driven Parallel Robot. In: Doroftei I., Oprisan C., Pisla D., Lovasz E. New Advances in Mechanism and Machine Science. Mechanisms and Machine Science, 2018, Vol. 57. Springer, Cham. URL: [doi.org/10.1007/978-3-319-79111-1\\_41](https://doi.org/10.1007/978-3-319-79111-1_41)

4. Бобиков А. И., Бозванов А.О. Нейросетевое управление угловым положением двигателя постоянного тока // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2016. №57. С. 139-144. URL: [doi.org/10.21667/1995-4565-2016-57-3-139-144](https://doi.org/10.21667/1995-4565-2016-57-3-139-144)

5. Воевода А. А., Романников Д. О. Метод синтеза регуляторов с использованием нейронных сетей для нелинейных объектов // Известия СПбГЭТУ ЛЭТИ. 2020. № 7. С. 23-30.

6. Al-Mayyahi A., Aldair A.A., Chatwin C. Control of a 3-RRR Planar Parallel Robot Using Fractional Order PID Controller. Int. J. Autom. Comput. 17, 2020, pp. 822–836. URL: [doi.org/10.1007/s11633-020-1249-9](https://doi.org/10.1007/s11633-020-1249-9)

7. Полянина А. С. Синтез локомоционного цикла в системе управления шагающего робота // Информатика и системы управления. 2023. № 2(76). С. 51-62. URL: [doi.org/10.22250/18142400\\_2023\\_76\\_2\\_51](https://doi.org/10.22250/18142400_2023_76_2_51)

8. Hoang, Nguyen & Vuong, Vũ. Sliding mode control for parallel robots driven by electric motors in task space. Journal of Computer Science and Cybernetics, 2018, Vol. 33. Pp. 325-337. URL: [doi.org/10.15625/1813-9663/33/4/10339](https://doi.org/10.15625/1813-9663/33/4/10339)

9. Shaik, Himam Saheb & Babu, G.. (2021). Mathematical Modeling and Kinematic analysis of 3-RRR Planar Parallel Manipulator. EAI Endorsed Transactions on Energy Web, 2021, Vol. 8, Is. 35. URL: [doi.org/10.4108/eai.27-1-2021.168502](https://doi.org/10.4108/eai.27-1-2021.168502)

10. Лесков А. Г., Бажинова К. В., Селиверстова Е. В. Кинематика и динамика исполнительных механизмов манипуляционных роботов. Москва: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017. 104 с.

## References

1. Zidane I.F., Khattab Y., El-Habrouk M., Rezeki S. Alexandria Engineering Journal. 2022, Vol. 61, Is. 12. Pp. 9335-9363. URL: doi.org/10.1016/j.aej. 2022. 03.024
2. Kuznetsov V. E., Khanh N. D., Lukichev A. N. and Filatov D. M. 2021 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (ElConRus), 2021, pp. 979-984. URL: doi.org/10.1109/ElConRus51938. 2021.9396303
3. Inel F., Mansouri Z., Ceccarelli M., Carbone G. New Advances in Mechanism and Machine Science. Mechanisms and Machine Science, 2018, Vol. 57. Springer, Cham. URL: doi.org/10.1007/978-3-319-79111-1\_41
4. Bobikov A. I., Bozvanov A.O. Vestnik Rjazanskogo gosudarstvennogo radiotekhnicheskogo universiteta. 2016. №57. pp. 139-144. URL: doi.org/10.21667/1995-4565-2016-57-3-139-144
5. Voevoda A. A., Romannikov D. O. Izvestija SPbGJeTU LJeTI. 2020. № 7. pp. 23-30.
6. Al-Mayyahi A., Aldair A.A., Chatwin C. Int. J. Autom. Comput. 17, 2020, pp. 822–836. URL: doi.org/10.1007/s11633-020-1249-9
7. Polyanina A. S. Informatika i sistemy upravlenija. 2023. № 2(76). pp. 51-62. URL: doi.org/10.22250/18142400\_2023\_76\_2\_51
8. Hoang, Nguyen & Vuong, Vũ. Journal of Computer Science and Cybernetics, 2018, Vol. 33. Pp. 325-337. URL: doi.org/10.15625/1813-9663/33/4/10339
9. Shaik, Himam Saheb & Babu, G.. (2021). EAI Endorsed Transactions on Energy Web, 2021, Vol. 8, Is. 35 URL: doi.org/10.4108/eai.27-1-2021.168502
10. Leskov A. G., Bazhinova K. V., Seliverstova E. V. Kinematika i dinamika ispolnitel'nyh mehanizmov manipuljacionnyh robotov [Kinematics and dynamics of manipulation robots actuators]. Moskva: MGTU im. N.Je. Baumana, 2017. 104 p.

**Дата поступления: 14.04.2025**

**Дата публикации: 25.06.2025**

---