

## Анализ известных теоретических и экспериментальных исследований устойчивости стенки цилиндрического зернохранилища

*Т.М. Чапаев, А.Б. Балкизов, А.С. Сасиков, Ж.Х. Шогенова, Е.А. Кушаева*

*Кабардино-Балкарский государственный аграрный университет, Нальчик*

**Аннотация:** В статье проведен анализ известных теоретических и экспериментальных исследований задачи устойчивости тонколистовых оболочек цилиндрических хранилищ. Рассмотрены вопросы: устойчивости стенки спирально-навивного зернохранилища и цилиндрического зернохранилища с гладкой стенкой, сжатой силами трения зерна и нагрузкой от крыши; устойчивости стенки цилиндрической оболочки емкостей для жидких и сыпучих материалов при создании в них предварительного напряжения.

**Ключевые слова:** расчет устойчивости, устойчивость стенки, предварительное напряжение, внутреннее боковое давление, упругий отпор, цилиндрическое зернохранилище, сила трения зерна, нагрузка от крыши.

Задаче прочности цилиндрических хранилищ для жидких и сыпучих материалов посвящено много работ, в которых имеются практические рекомендации по расчету на прочность корпусов таких хранилищ. Учитывая вышеизложенное и то, что для тонколистовых оболочек цилиндрических хранилищ наиболее остро стоит проблема устойчивости, в данной статье рассмотрены вопросы:

- устойчивости стенки спирально-навивного зернохранилища и цилиндрического зернохранилища с гладкой стенкой, сжатой силами трения зерна и нагрузкой от крыши;
- устойчивости стенки, предварительно-напряженной цилиндрической оболочки зернохранилища, сжатой силами трения зерна и нагрузкой от крыши.

Следует отметить, что вопросы устойчивости стенки емкостей для хранения жидкостей без предварительного напряжения в данной статье не рассматриваются в связи с тем, что имеются практические рекомендации в строительных нормах по расчету устойчивости таких конструкций, опирающиеся на множество теоретических и экспериментальных

---

исследований.

Исходя из анализа имеющихся результатов теоретических и экспериментальных исследований, указанных выше вопросов устойчивости стенки металлических цилиндрических емкостей для жидких и сыпучих материалов, ставятся задачи исследования в данной статье.

Стенка вертикального цилиндрического хранилища для сыпучих материалов находится под воздействием вертикальных сжимающих сил трения хранимого продукта о ее внутреннюю поверхность. Кроме того, к этим сжимающим силам трения добавляются нагрузка от крыши и вес самой стенки, составляющие примерно десятую часть от общей сжимающей нагрузки. Наличие внутреннего бокового давления и его упругого отпора оказывает стабилизирующее влияние, повышая устойчивость стенки.

В свою очередь, наличие начальных прогибов в стенке такой оболочки должно снижать ее устойчивость.

Отметим, что цилиндрической оболочке подвергающейся продольному сжатию при потере устойчивости характерно образование ромбовидных вмятин. В нашем случае наличие внутреннего давления зерна и его упругого отпора по мере их увеличения должно приводить к тому, что потеря устойчивости такой оболочки будет происходить с образованием вмятин более вытянутых в кольцевом направлении, в конечном счете соединяющихся в кольцевые складки.

О влиянии внутреннего давления на устойчивость стенки цилиндрической оболочки при продольном сжатии указано во многих работах [1-5].

Согласно СНиП II-23-81 в случае осевого сжатия и внутреннего давления для оболочки зернохранилищ, теряющих устойчивость в пределах упругости можно пользоваться рекомендациями Фунга и Зехлера [6] при определении критических напряжений:

---

$$\sigma_{cr} = \sigma_{cr1} + 0,19\sigma_{\theta}, \quad (1)$$

Но принимается не более чем  $\sigma_{cr1} + 0,23\frac{Et}{R}$ ,

где:  $\sigma_{cr1} = \frac{CEt}{R}$  – осевое критическое напряжение при отсутствии (2)

$\sigma_{\theta} = \frac{qR}{t}$  – окружное напряжение от внутреннего давления (3)

$E$  – модуль деформации металла;

$R$  и  $t$  – радиус и толщина оболочки;

$C$  – является убывающей функцией,  $R/t$ .

Таблица №1

Зависимость функции  $C$  от радиуса и толщины оболочки,  $R/t$

R/t	100	200	300	400	600	800	1000	1500	2500
C	0,22	0,18	0,16	0,14	0,11	0,09	0,08	0,07	0,06

Как видно, в нормах учтено влияние внутреннего давления и косвенным путем через гибкость  $R/t$  влияние начальных прогибов, но не учтено влиянием упругого отпора сыпучей массы.

В работах [4, 7, 8] расчет устойчивости цилиндрического силоса производят с учетом поддерживающего влияния внутреннего давления зерна  $q$  и начальных прогибов.

В работе [7] решение задачи об устойчивости силосов выполнялось на основе известных лианезированных уравнений, полученных в предположении, что основное (докритических) НДС определяется прогибом:

$$w^* = w_0 + w_1,$$

где:  $w_0, w_1$  – соответственно начальная прогибь и дополнительный докритический прогиб.

Смежное равновесное состояние становится возможным при достижении нагрузки критической величины и определяется бесконечно малым прогибом  $w$  (дополнительно к  $w^*$ ) и усилиями  $\bar{T}_i$ ,  $S$ , а именно:

$$\frac{1}{Et} \Delta^4 \varphi = \frac{1}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} + \frac{1}{R^2} \left( 2 \frac{\partial^2 w}{\partial \xi \partial \eta} \frac{\partial^2 w^*}{\partial \xi \partial \eta} - \frac{\partial^2 w}{\partial \eta^2} \frac{\partial^2 w^*}{\partial \xi^2} - \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} \frac{\partial^2 w^*}{\partial \eta^2} \right),$$
$$\frac{D \nabla^4 w}{R^2} + \bar{T}_1 \frac{\partial w}{\partial \xi^2} + \bar{T}_2 \frac{\partial^2 w}{\partial \eta^2} - 2 \bar{S} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi \partial \eta} = -R \frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta^2} \frac{\partial^2 w^*}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^2} \frac{\partial^2 w^*}{\partial \eta^2} - 2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi \partial \eta} \frac{\partial^2 w^*}{\partial \xi \partial \eta}, \quad (4)$$

где:  $\varphi$  – функция усилий;  
 $\mu$  – коэффициент Пуассона;

$$D = \frac{Et^3}{12(1-\mu^2)} \text{ – цилиндрическая жесткость.}$$

$$\xi = \frac{x}{R}; \eta = \frac{y}{R}; T_1 = \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta^2}; T_2 = \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^2}; S = - \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi \partial \eta}.$$

Решение включает определение докритического НДС, а затем усилий на основе формулы (4).

Исследования, проведенные в [9] показали, что при амплитудах начальной погиби  $f_0 < 0,3t$  развитие прогибов  $w_1$  под действием продольной силы  $N_1$  протекает по форме  $w_0$  практически симметрично относительно срединной поверхности и вполне удовлетворительно описывается лианезированными решениям.

При совместном действии внутреннего давления  $q$  пределы применимости лианезированных решений расширяются в зависимости от  $q$

$$\text{до } \xi_0 = \frac{f_0}{t} \leq 0,6.$$

Анализ решения о докритическом НДС оболочки с несимметричной начальной погибью

$$w_0 = f_0 \cos \lambda_0 \xi \cos n_0 \eta, \text{ где } \lambda_0 = \frac{m_0 \pi R}{L} \quad (5)$$

при действии  $N_1$  и  $q$  показывает, что наиболее интенсивно развивается вытянутая вдоль  $Y$  погибь, близкая к осесимметричной

$$w_0 = f_0 \cos \lambda_0 \xi. \quad (6)$$

В этом случае

$$w_1 = w_0 \bar{P} \left( c - \bar{P} \right)^{-1}; \quad \bar{T}_1 = -N_1; \quad \bar{T}_2 = N_2 + N_2^*; \quad N_2 = qR; \quad N_2^* = \frac{Et}{R} w_1; \quad c = \left( 2\eta_0^2 \right)^{-1} + \frac{\eta_0^2}{2}. \quad (7)$$

Уравнение (4) с учетом (7) решалось методом Бубнова-Галеркина. При аппроксимации получаем

$$w = \sum_m \sum_n f_{mn} \cos \lambda_m \xi \cos m\eta, \quad \text{где } \lambda_m = \frac{m\pi R}{L}. \quad (8)$$

Критической нагрузке отвечает  $\bar{P} = \bar{P}_{\min}$

$$\bar{P} = \frac{\mu_1}{2} \left[ 1 - 0,5 \xi_0 c \nu^2 \eta^2 \eta_m^{-2} d^2 \left( c - \bar{P} \right)^{-1} \right] + \frac{1}{2\mu_1} - \xi_0 \nu_n^2 d^{-2} \eta_m^{-2} \bar{P} \left[ 4 \left( c - \bar{P} \right) \right]^{-1} + q \nu_n^2 \left( \eta_0 / 2 \right)^{-2}. \quad (9)$$
$$\nu_n = n \left[ \left( \frac{R}{t} \right)^{\frac{1}{2}} d \right]^{-1}, \quad \eta_m = \lambda_v \left[ \left( R/t \right)^{\frac{1}{2}} d \right]^{-1}, \quad N_1 = N_{1cm} + N_{1c},$$

где:  $N_{1cm}$  – вес стенки;

$N_{1c} = \int_0^x P_\tau dx$  – усилие от трения сыпучего по стенке;

$$\mu_1 = \eta_m^2 \left( \eta_m^2 + \nu_n^2 \right)^{-2}; \quad d = \left[ 12 \left( 1 - \mu^2 \right) \right]^{\frac{1}{4}}; \quad \eta_0 = \lambda_0 \left[ \left( R/t \right)^{\frac{1}{2}} d \right]^{-1}; \quad \bar{P} = N_n / N_{1B};$$

$$N_{1B} = Et^2 R^{-1} \left[ 3 \left( 1 - \mu^2 \right) \right]^{\frac{1}{2}}.$$

Анализ (9) показывает, что, несмотря на подкрепляющее влияние  $q$ , потеря устойчивости стенки при  $x_0 = 0,5$  вполне возможна. При  $\xi_0 \leq 1$  потеря устойчивости предшествует исчерпанию прочности.

Подобный прием использован и в работах [7-9]. В них использованы уравнения устойчивости цилиндрической оболочки, преобразованные И.Е. Милейковским [10] для данного типа нагружения и имеют следующий вид:

$$D\nabla^4 w(y,x) + P \frac{\partial^2 w(y,x)}{\partial x^2} - N_y^* \frac{\partial^2 w(y,x)}{\partial y^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial^2 \varphi(y,x)}{\partial x^2} - \frac{\partial w^*(x)}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \varphi(y,x)}{\partial y^2} = 0, \quad (10)$$
$$-\frac{1}{R} \frac{\partial^2 w(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w^*(x)}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w(x,y)}{\partial y^2} + B\nabla^4 \varphi(y,x) = 0$$

где:  $w(y,x)$  и  $\varphi(y,x)$  – вариации от функций соответственно прогибов и усилий;

$B = 1/Et$  – податливость в отношении тангенсальных деформаций;

$w^*(x) = w_1(x) + w_0(x)$  – докритический прогиб, включающий начальную прогибь;

$N_y^*$  – нормальная сила в кольцевом направлении, определяемая в докритическом моментном состоянии.

Уравнение (10) следует решать совместно с уравнением нелинейного краевого эффекта:

$$Dw^{IV}(x) + Pw''(x) + Etw(x)/R^2 = q + \mu P/R - Pw_0''(x), \quad (11)$$

Функцию прогиба  $w(x)$  задают в виде члена тригонометрического ряда

$$w(x) = f \cos(2m+1)x/L, \quad (12)$$

где:  $m = 0, 1, 2, 3, \dots$

При подстановке (12) в однородное уравнение, полученное из (11) отбрасыванием правой части, находят значение  $P_3$ :

$$P_3 = D \left( \frac{2m+1}{l} \right)^2 + \frac{Et}{R^2} \left( \frac{l}{2m+1} \right)^2, \quad (13)$$

Для начального прогиба принимается выражение

$$w_0 = f_0 \cos \frac{(2m+1)x}{l}, \quad f_0 = \nu_1 t, \quad (14)$$

где:  $\nu_1 = 0, 1, 2, 3, \dots$

В уравнении (11) согласно [10]  $q$  и  $P$  связаны следующей линейной зависимостью:

$$q = cP, \quad c = \frac{2}{fH_1}$$

где:  $f$  – коэффициент трения зерна о стенку силоса;  
 $H_1$  – расстояние от верха силоса до рассматриваемого сечения.

Подставляя (12) и (14) в уравнение (11), пренебрегая некоторыми не существенными членами, получают выражение для амплитудного значения прогиба:

$$f = Pu_1 t (P_0 - P).$$

Учитывая выражение (14) получают выражение для полной амплитуды докритического прогиба:

$$f^* = u_1 t \left( 1 + \frac{P}{P_0 - P} \right). \quad (15)$$

Тогда полный докритический прогиб равен:

$$w^*(x) = f^* \cos \left( \frac{(2m+1)x}{l} \right). \quad (16)$$

Неосесимметричная форма потери устойчивости оболочки при осимметричном докритическом моментном состоянии описывается уравнениями (10).

Далее разлагают функции  $w(y, x)$  и  $\varphi(y, x)$  в этих уравнениях в ряды:

$$\begin{aligned} w(y, x) &= f(2m+1)n \cos \frac{(2m+1)x}{l} \sum_n \cos \frac{ny}{R} \\ \varphi(y, x) &= \varphi(2m+1)n \cos \frac{(2m+1)x}{l} \sum_n \cos \frac{ny}{R} \end{aligned} \quad (17)$$

Подставляя (17) в уравнение (10) и используя (16) и (14) применяют процедуру Бубнова-Галеркина, получают, учитывая (15) после некоторых преобразований, выражение:

$$\begin{aligned} & (-1)^m \bar{P}^3 - \bar{P}^2 [C_1 + (-1)^m P_9] + 2B_1 \nu_1 t P_9 \bar{P} - A_1 (\nu_1 t)^2 P_9^2 = 0, \text{ где } \bar{P} = P_9 - P; \\ & A_1 = -(-1)^m \frac{Et}{L_1^2} \left(\frac{n}{R}\right)^4 \frac{2}{3} \left(\frac{2m+1}{l}\right)^2; \quad B_1 = \frac{Et}{R} \left(\frac{n}{R}\right)^2 \left[ \frac{l}{4m+2} + \frac{1}{L_1^2} \left(\frac{2m+1}{l}\right)^3 \right] \frac{l}{4}; \\ & C_1 = -(-1)^m \left[ DL_1^2 \left(\frac{l}{2m+1}\right)^2 + \frac{Et}{R^2 L_1^2} \left(\frac{2m+1}{l}\right)^2 \right] + \frac{Et}{R} \left(\frac{n}{R}\right)^2 \frac{l^2}{4(2m+1)} \nu_1 t; \quad (18) \\ & L_1^2 = \left[ \left(\frac{2m+1}{l}\right)^2 + \left(\frac{n}{R}\right)^2 \right]^2 \end{aligned}$$

Из (18) в зависимости от  $\nu_1 t$  и порядкового номера ряда  $n$  определив минимальное значение  $P = P_9 - \bar{P}$ , составляют отношение  $\eta_1 = P/P_9$ . Затем верхнюю критическую силу, вычисленную согласно строгому решению уравнения (11) умножают на полученное значение коэффициента  $\eta_1$  и принимают эту величину за  $P_{min}$  для обечайки с упругим ребром.

Анализируя результаты, делаются выводы: для  $n \approx 40$ ; при  $\nu_1 = 1, P_{min}$  снижается в 2,9 раза по отношению  $P_9$ , при  $\nu_1 = 2, P_{min}$  снижается в 5,6 раза по отношению к  $P_9$ .

При  $n < 40$  наблюдается меньшее снижение  $P_{min}$  с увеличением  $\nu_1$ .

При  $n > 40 \div 50$  возрастание  $\nu_1$  приводит к резкому возрастанию  $P_{min}$ .

Приведенные выше решения учитывают влияние внутреннего давления сыпучего материала на устойчивость стенки хранилища от продольного сжатия.

Однако, исследования, проведенные для случая осевого сжатия цилиндрической оболочки с упругим наполнителем (в нашем случае зерном или другим сыпучим материалом) показали, что имеет место резкое увеличение нижней критической нагрузки при повышении жесткости основания и что оно связано со значительным изменением волнообразования. Если для изолированной оболочки характерны волны, близкие к квадратным,



то по мере увеличения жесткости основания вмятины вытягиваются вдоль дуги и в конечном счете, переходят в кольцевые складки. Важным является и то обстоятельство, что перепад между верхней и нижней критическими нагрузками постепенно уменьшается и, начиная с определенного значения жесткости упругого основания, верхняя нагрузка оказывается решающей. Эти результаты подтверждены данными экспериментов для оболочек с различными отношениями  $R/t$ . Эти результаты показывают, что с увеличением относительной жесткости основания  $K' = \frac{K}{E} \left( \frac{R}{t} \right)^{3/2}$ , где  $K$  – коэффициент постели, повышается не только нижнее, но и верхнее критическое напряжение [11].

Исследования, проведенные в работах [12-15] показали, что упругий отпор сыпучего материала оказывает существенное влияние на повышение критических напряжений и на форму потери устойчивости оболочки. Величины критических напряжений в оболочках с сыпучим материалом могут быть в пять и более раз больше критических напряжений в оболочке без сыпучего материала. Отмечается, что чем выше модуль деформации сыпучего материала и отношение  $R/t$ , тем лучше экспериментальные данные совпадают с теоретическими, полученными для оболочек с упругим наполнителем. С увеличением модуля деформации сыпучего материала увеличивается значение критических напряжений, а неосесимметричная форма потери устойчивости сменяется осесимметричной. В результате сравнения результатов расчета с экспериментальными данными, полученными в работах [12] и [13] делается вывод о том, что при расчете металлических силосов на устойчивость следует учитывать как упругий отпор, так и внутреннее давление сыпучего материала.

Кроме перечисленных выше, влияние упругого наполнителя на устойчивость продольно сжатой цилиндрической оболочки отражено в

---

работах [16, 17].

Одной из работ, в которой учитывается при расчете на устойчивость стенки силоса как внутреннее давление зерна, так и его упругий отпор, является [18]. В этой работе рассмотрен способ расчета на устойчивость стенки спирально-навивного силоса, которая состоит сочлененных через фальцы коротких цилиндрических оболочек (обечаек). Исходя из этого, рассматривают одну из наиболее нагруженных обечаек, представляющих собой цилиндрическую оболочку с длиной равной шагу фальцевых ребер.

Принимается осесимметричная форма потери устойчивости оболочки, совпадающая с формой начальных прогибов.

Рассматриваются два варианта:

1. выпучивание, при котором искривление оболочки направлено внутрь;
2. выпучивание, при котором искривление оболочки направлено наружу.

С точки зрения потери устойчивости оба варианта, в данном случае, опасны. В первом случае (прогибы внутрь) начальные искривления вызывают окружные сжимающие усилия, которые ускоряют потерю устойчивости оболочки. Однако, при этом условия работы оболочки улучшаются вследствие ее совместной работы с наполнителем, который изнутри оказывает на оболочку стабилизирующее воздействие.

Во втором случае, при прогибах наружу (бочкообразность) в оболочке возникают растягивающие кольцевые напряжения, обусловленные прогибом оболочки и внутренним давлением, которые повышают устойчивость оболочки. Однако, в данной расчетной системе отсутствует влияние упругого наполнителя. Из приведенных рассуждений делается вывод о необходимости расчета устойчивости по двум вариантам.

1. Осесимметричное выпучивание и начальное искривление оболочки, направленное внутрь [19].
  2. Осесимметричное выпучивание и начальное искривление оболочки,
-

направленные наружу (бочкообразность) [20].

Результаты экспериментальных исследований оболочек на устойчивость показали, что упругий отпор сыпучего материала оказывает существенное влияние на повышение критических напряжений и на форму потери устойчивости оболочки. Величины критических напряжений в оболочках с сыпучим материалом могут быть в 5 и более раз больше критических напряжений в оболочках без сыпучего материала.

### Литература

1. Алфутов Н.А., Балабух Л.И. Энергетический критерий устойчивости упругих тел, не требующий определения начального состояния. «ПММ», 1968, Т. XXXII, вып. I, с. 703-707.
2. Алумяэ Н.А. Равновесие тонкостенных упругих оболочек в послекритической стадии // Прикладная математика и механика. М., 1949, №1. с. 10-19.
3. Беленя Е.Н., Купалов К.К., Соболев Ю.В. Изыскание рациональной предварительно напряженной конструкции аппарата высокого давления с цилиндрическим корпусом // Труды III Международной конференции по предварительно напряженным металлическим конструкциям. СССР, т. 2. М., 1971, с. 14-19.
4. Беленя Е.И., Сафарян М.К., Рамазанов Э.Б. Экспериментальные исследования предварительно напряженного стального резервуара. Экспресс-информация Мингазпрома. М., 1968, №23, с. 8-10.
5. Постоев Э.С. К теории устойчивости предварительно напряженной цилиндрической оболочки // Труды ЦКТИ, вып. 72. М., 1966, с. 3-12.
6. Fung Y., Sechler E. Buckling of thin walled circular cylinders under axial compression and internal pressure. Aeronaut. Sci. 1957, №5, pp.24-30.
7. Ахтямов А.В. Приближенный метод расчета на устойчивость цилиндрической оболочки силоса // Строительная механика и расчет



- сооружений. М., 1989. №1. с. 40-43.
8. Massolani F., Ramasanov E. Ricerca sperimentale sulla stabilita dei recipienti con avvolgimento sotto pressione esterna // Costruzioni Metalliche, №4, 1980, pp. 187-199.
  9. Thielemann W.F. New developments in the nonlinear theories of the buckling of thin cylindrical shells // Aeronautics and Astronautics. Pergamon-Press. 1960, pp. 76-121.
  10. Милейковский И.Е., Столыпин Н.Н., Скотников Н.Н., Скотников Б.Н., Соловьев Г.И. Методы расчета тонколистовых силосов спирально-навивного типа // Строительная механика и расчет сооружений. М., 1985, №5. с. 19-23.
  11. Вольмир А.С. Устойчивость деформируемых систем. М., «Наука», 1967, 984 с.
  12. Чапаев Т.М. Особенности задачи устойчивости цилиндрических оболочек с предварительно напряженной обмоткой // Материалы Международной научно-практической конференции, посвященной 35-летию Кабардино-Балкарского ГАУ. Часть II. КБГАУ. Нальчик, 2016. с. 207-213.
  13. Чапаев Т.М. Определение критических напряжений в оболочках малых гибкостей // Научно-практический журнал «Известия Кабардино-Балкарского государственного аграрного университета имени В.М. Кокова». № 1(15), Нальчик, 2017.с. 81-90.
  14. Литвинов В.В., Языев Б.М., Бескопыльный А.Н. Устойчивость круговой цилиндрической оболочки при равномерном внешнем давлении // Инженерный вестник Дона, 2011, № 4. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2011/704](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2011/704).
  15. Литвинов В.В., Языев Б.М. Энергетический метод в форме Тимошенко-Ритца для определения критических сил осевого сжатия круговой
-

- цилиндрической оболочки // Инженерный вестник Дона, 2012, № 1.  
URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2012/722](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2012/722).
16. Игудисман О.С. Исследование напряженно-деформативного состояния спирально-навивных оболочек силосов методом прямой минимизации энергии // Строительная механика и расчет сооружений. М., 1988. №1. с. 27-31.
17. Микулас М.Л., Стенин Р. Устойчивость цилиндрической оболочки под действием предварительно напряженной намотки нитей // Ракетная техника и космонавтика. М., «Мир», 1965, №3, с. 233-234.
18. Гольденберг Л.И. Устойчивость круговых цилиндрических оболочек силосов // Строительная механика и расчет сооружений. 1985. №1. с. 60-64.
19. Хасанов М.М., Чапаев Т.М., Амшоков Б.Х. Устойчивость стенки стального силоса при осесимметричном выпучивании и начальном искривлении оболочки, направленном внутрь // Инженерный вестник Дона, 2018, № 2. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2018/4944](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2018/4944).
20. Чапаев Т.М., Хасанов М.М., Амшоков Б.Х. Устойчивость стенки стального силоса при осесимметричном выпучивании и начальном искривлении оболочки, направленном наружу // Инженерный вестник Дона, 2018, № 2. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2018/5056](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2018/5056).

### References

1. Alfutov N.A., Balabukh L.I. Ehnergeticheskiy kriteriyj ustoyjchivosti uprugikh tel, ne trebuyuthiyj opredeleniya nachaljnogo sostoyaniya [The power criterion of stability of elastic bodies which is not demanding definition of an initial state]. «PMM», 1968, Т. KhKhKhII, vihp. I, pp. 703-707.
  2. Alomyaeh N.A. Prikladnaya matematika i mekhanika. М., 1949, №1. pp. 10-19.
-



3. Belenya E.N., Kupalov K.K., Trudih III Mezhdunarodnoy konferencii po predvariteljno napryazhennim metallicheskim konstrukciyam. SSSR, v. 2. M., 1971, pp. 14-19.
  4. Belenya E.I., Safaryan M.K., Ramazanov Eh.B. Ehkspress-informaciya Mingazproma. M., 1968, №23, pp. 8-10.
  5. Postoev Eh.S. Trudih CKTI, vihp. 72. M., 1966, pp. 3-12.
  6. Fung Y., Sechler E. Buckling of thin walled circular cylinders under axial compression and internal pressure. Aeronaut. Sci. 1957, №5, pp. 24-30.
  7. Akhtyamov A.V. Stroiteljnaya mekhanika i raschet sooruzheniy. M., 1989. №1. pp. 40-43.
  8. Massolani F., Ramasanov E. Costruzioni Metalliche, №4, 1980, pp. 187-199.
  9. Thielemann W.F. Aeronautics and Astronautics. Pergamon-Press. 1960, pp. 76-121.
  10. Mileyjkovskiy I.E., Stolihipin N.N., Skotnikov N.N., Skotnikov B.N., Solovjev G.I. Stroiteljnaya mekhanika i raschet sooruzheniy. M., 1985, №5. pp. 19-23.
  11. Voljmir A.S. Ustoyjchivostj deformiruemihkh system [Stability of deformable systems]. M., «Nauka», 1967, 984 p.
  12. Chapaev T.M. Materialih Mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferencii, posvyathennoy 35-letiyu Kabardino-Balkarskogo GAU. Chastj II. KBGAU. Naljchik, 2016. pp. 207-213.
  13. Chapaev T.M. Nauchno-prakticheskij zhurnal «Izvestiya Kabardino-Balkarskogo gosudarstvennogo agrarnogo universitetaimeni V.M. Kokova». № 1(15), Naljchik, 2017. pp. 81-90.
  14. Litvinov V.V., Yazihev B.M., Beskopihljnihyj A.N. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2011, № 4. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2011/704](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2011/704).
  15. Litvinov V.V., Yazihev B.M. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2012, № 1.
-



URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2012/722](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2012/722).

16. Igudisman O.S. Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy. M., 1988. №1. pp. 27-31.
17. Mikulas M.L., Stenin R. Raketnaya tekhnika i kosmonavtika. M., «Mir», 1965, №3, pp. 233-234.
18. Goljdenberg L.I. Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy. 1985. №1. pp. 60-64.
19. Khasanov M.M., Chapaev T.M., Amshokov B.Kh. Inzhenernyj vestnik Dona (Rus), 2018, № 2. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2018/4944](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2018/4944).
20. Chapaev T.M., Khasanov M.M., Amshokov B.Kh. Inzhenernyj vestnik Dona (Rus), 2018, № 2. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2018/5056](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2018/5056).